UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA

LEONEL RICARDO MACHADO MENESES

REPRESENTAÇÕES MOBILIZADAS NAS TURMAS DE 1º ANO DO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

SÃO CRISTÓVÃO – SE
Maio de 2014

LEONEL RICARDO MACHADO MENESES

REPRESENTAÇÕES MOBILIZADAS NAS TURMAS DE 1º ANO DO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECIMA, da Universidade Federal de Sergipe, como parte dos requisitos para a obtenção de título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Linha de pesquisa: Currículo, didáticas e métodos de ensino das Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

SÃO CRISTÓVÃO/ SE
Maio de 2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

	Meneses, Leonel Ricardo Machado
M543r	Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática / Leonel Ricardo Machado Meneses ; orientadora Rita de Cássia Pistóia Mariani. – São Cristóvão, 2014.
	132 f. : il.
	Dissertação (mestrado em Ciências e matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2014.
	1. Matemática (Segundo grau) – Estudo e ensino. 2. Funções quadráticas. 3. Livros didáticos. 4. Semiótica. I. Mariani, Rita de Cássia Pistóia, orient. II. Título.
	CDU 511.55

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA

REPRESENTAÇÕES MOBILIZADAS NAS TURMAS DE 1º ANO DO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM

27 DE MAIO DE 2014

Rita Mariani

PROFA. DRA. RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI

PROF. DR. JOÃO PAULO ATTIE

PROFA. DRA. IVANETE BATISTA DOS SANTOS

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre está à frente de todos meus projetos e à Maria, minha Mãe Celestial, que sempre intercede ao meu favor.

À minha orientadora Professora Doutora Rita de Cassia Pistóia Mariani, pela orientação, incentivo e principalmente pela força nos momentos que mais precisei e por toda paciência. Muitas vezes sendo mais que uma orientadora, ter sido uma amiga e até mesmo uma mãe.

À Professora Doutora Ivanete Batista dos Santos que com seu jeito divertido e, ao mesmo tempo, sério de ser, conquistou meu carinho, admiração e respeito. Muito obrigado pelas contribuições apresentadas durante a escrita deste trabalho.

Ao Professor Doutor Paulo de Souza Rabelo, membro da banca de qualificação, e ao Professor Doutor João Paulo Attie, membro da banca de defesa, pelas contribuições apresentadas neste trabalho.

Aos professora e amigos Maria Rivaneide e Milton, por proporcionarem aulas inesquecíveis durante meu ensino fundamental e médio, respectivamente. Saudades!

Aos meus pais Manoel Bahia e Maria José, meus grandes exemplos de vida. Muito obrigado por todo amor incondicional e força para seguir em meus estudos. Essa vitória é nossa!

Ao meu esposo, companheiro e melhor amigo Júnior, por me apoiar desde a seleção do mestrado até aqui. Obrigado por se fazer presente nos melhores e nos mais difíceis momentos de minha vida.

À minha sogra Lúcia, minha segunda mãe, por todo carinho e apoio.

Aos meus irmãos Edilmo, Edilvan e Saulo por dividir momentos inesquecíveis. Agradeço especialmente aos meus irmãos Alan e Alysson, por estarem ao meu lado em todas as minhas decisões, quando mais precisei. E não posso esquecer da minha irmã Mônica, a qual sempre tive grande admiração e respeito.

Aos meus amigos inesquecíveis (irmãos escolhidos), Rone Peterson, Janaina Mota, Sellyanna Domeny, Leide Daiane, Diogo Pinheiro, Munik, Edielson Costa, João Rafael e Lígia Filha, por serem pessoas insubstituíveis que proporcionaram momentos inesquecíveis e sempre contaram com essa vitória.

Aos meus vizinhos: Dona Carmo, Sr. Milton, Ana, Junior, Tatiana, Juliana, Sávio, Sérgio, Roberta, Fabiano, Gabriela e Fabiana por todo apoio e companheirismo nesses anos de trabalho e estudo.

Aos meus colegas de mestrado: Aline, Flávio, Jones Clécio, Mirleide “MiniLady” e Priscila pelo companheirismo.

Às minhas colegas de trabalho e amigas Elaine, Carol, Tâmara, Anne Michele, Luanna, Fernanda e Edineide por toda força e palavra de coragem nas horas em que eu mais precisei.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para realização desse trabalho.

RESUMO

O objeto de estudo matemático intitulado função está presente em várias situações do cotidiano, sendo o mesmo utilizado por diversas áreas do conhecimento. Dessa forma, a aquisição de seu conceito torna-se algo fundamental para o desenvolvimento do cognitivo do indivíduo que esteja em contato com a matemática dentro e fora da escola. Assim, com o trabalho ora apresentado, objetivou-se analisar as representações matemáticas mobilizadas pelos alunos do 1º ano do ensino médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe (CODAP/UFS) durante o ensino de função afim e quadrática. Para tal efeito, o estudo embasou-se na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2009, 2011) bem como nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999, 2002, 2006). Além disso, tomou-se como fonte o livro didático Matemática: Contexto & Aplicações (DANTE, 2010), adotado nas turmas participantes da pesquisa bem como fotocópias dos cadernos de 04 (quatro) alunos participantes e 51 (cinquenta e um) protocolos de uma sequência de atividades compostas por 04 (quatro) problemas as quais foram desenvolvidas com os próprios alunos. Entre os resultados obtidos, destacou-se que tanto nas 499 (quatrocentas e noventa e nove) atividades categorizadas no livro didático quanto nas 108 (cento e oito) categorizadas nos cadernos dos alunos foram requeridas nelas, majoritariamente, a transformação semiótica de conversão, a saber: 446 (quatrocentas e quarenta e seis) atividades, 89,38%, e 83 (oitenta e três), 76,85%, respectivamente. Somado a isso, as atividades propostas pelo livro didático e as contidas nos cadernos dos alunos não priorizavam a característica de ida e volta de registros entre as conversões, prejudicando, segundo DUVAL (2003, 2009, 2011), o processo de aquisição do conceito de função. Ademais, em ambos os instrumentos de pesquisa notou-se que, em conversões em que eram necessários os registros gráficos, praticamente não foram apresentadas, proporcionando importantes perdas no processo de aquisição do conceito de função. Dessa forma, entre os principais resultados obtidos com essa sequência de atividades destacou-se que a grande maioria dos sujeitos usados na pesquisa recorreu a processos de algoritimização para executar a maioria das conversões realizadas. Por fim, muitos dos alunos usaram análise pontual e demonstraram não saber identificar e usar as variáveis visuais pertinentes para realizar as conversões.

Palavras-chave: Registros de representação semiótica, livro didático, função afim e quadrática.

ABSTRACT

The object of mathematical study titled function is present in several everyday situations, being used by several areas of knowledge. In this way, the acquisition of its concept becomes fundamental for the development of the individual's cognitive that is in contact with the mathematics in and out of school. Thus, with the work presented here, it was aimed to analyze the mathematical representations mobilized by the students of the 1st year of high school from ***Colégio de Aplicação*** of the ***Universidade Federal de Sergipe*** (CODAP/UFS) during the teaching of affine and quadratic function. For this purpose, this study was based on Duval's theory of the registers of semiotic representation (2003, 2009, 2011) as well as the guidelines of the ***Parâmetros Curriculares Nacionais*** (BRASIL, 1999, 2002, 2006). In addition to that, it was taken as source the textbook ***Matemática: Contexto & Aplicações*** (DANTE, 2010), adopted by the participant groups of the research, as well as photocopies of the four (4) participating students' notebooks and 51 (fifty-one) protocols from a sequence of activities composed of 04 (four) problems that were developed with the students themselves. Among the obtained results, it was pointed out that, as in the 499 (four hundred and ninety-nine) activities categorized in the textbook as in the 108 (one hundred and eight) categorized in the students' notebooks, it was required the semiotic transformation of conversion in the majority of them, this is: 446 (four hundred and forty-six) activities, 89.38%, and 83 (eighty-three), 76.85%, respectively. In addition, the activities proposed by the textbook and those contained in the students' notebooks did not prioritize the back and forth feature of the registers among the conversions, disrupting, according to DUVAL (2003, 2009, 2011), the process of acquiring the concept of function. Moreover, in both research instruments it was noticed that, in conversions in which the graphic records were necessary, they were practically not presented, causing important losses in the process of acquisition of the concept of function. Therefore, among the main results obtained with this sequence of activities, it was highlighted that the vast majority of the individuals used in the research used algorithmization processes to perform most conversions. Finally, many of the students used case-by-case analysis and demonstrated that they were not able to identify and use the relevant visual variables to perform the conversions.

Keywords: Registers of Semiotic Representation. Textbook. Affine and Quadratic Function.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital de Teses e Dissertações

C – Conversões

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

CODAP/UFS – Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

MEC – Ministério da Educação

NPGECIMA – Núcleo de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática

OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

PCN+ – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

PIBIC - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

PNLDEM – Plano Nacional do Livro didático para o Ensino Médio

PUC/RS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

PUC/SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

RAl – Registro Algébrico

RFg – Registro Figural

RGe – Registro Geométrico

RGr – Registro Gráfico

RLN – Registro em Língua Natural

RNm – Registro Numérico

RSb – Registro Simbólico

RTb – Registro Tabular

T – Tratamento

UFMS – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

UFRJ – Universidade Federal de Rio de Janeiro

UFS – Universidade Federal de Sergipe

UNIGRANRIO – Universidade do Grande Rio

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo analisar as representações matemáticas mobilizadas por alunos do 1º ano do ensino médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe (CODAP/UFS) durante o ensino de função afim e quadrática. Essa opção é justificada, inicialmente, a partir de recordações do meu[1] ensino básico, dos conhecimentos adquiridos durante o curso de Licenciatura em Matemática e principalmente das experiências vivenciadas no desenvolvimento de um Projeto de Iniciação Científica realizado durante a graduação.

Desse modo, recorro à minha trajetória de formação acadêmica em Matemática Licenciatura pela UFS com a intenção de traçar um caminho percorrido até a escolha do tema de pesquisa. Ressalto que elencar lembranças desse trajeto permite também apresentar memórias da minha formação básica, porque foi a partir desses dois momentos que comecei a perceber que a Matemática é muito mais que “saber calcular”.

Durante todo meu ensino básico, em Itabaiana/SE[2], foram vários os professores de Matemática que colaboraram para minha formação. No entanto, dois docentes contribuíram muito para eu estreitar laços de afinidade por essa disciplina, permanecendo assim vivos em minha memória e merecedores de destaque neste texto: minha professora da sétima série (atual oitavo ano), em 2000, e o professor de todo meu ensino médio, de 2002 a 2004. Mesmo naquele tempo, sem saber exatamente o que distinguia o trabalho que eles desenvolviam com os dos outros professores de Matemática observava que esses educadores ministravam suas aulas de forma diferenciada, interessante e motivavam os alunos a aprender.

A professora do ensino fundamental, por exemplo, explorou o conteúdo sistemas de equações lineares com duas variáveis fazendo uso de situações-problemas, da linguagem matemática por meio de expressões algébricas, bem como da construção de

---

[1]Em alguns momentos, na introdução desse trabalho, usaremos a primeira pessoa do singular quando forem relatadas minhas experiências vivenciadas durante meu ensino básico e superior e para justificar essa opção, fazemos uso das palavras de Brandão (1992) “[...] optei pelo uso do eu. Não faço simplesmente, para adotar o estilo moderno. Quero assinalar a minha presença como autora e como objetivo/sujeito construído nessa pesquisa” (BRANDÃO, 1992, p.24).

[2] Município situado a 55 km da capital sergipana e localizado na região agreste do estado.

gráficos e, quando possível, determinava os pontos de interseção, ou seja, ela usava os seguintes procedimentos:

- Representava cada problema a partir de duas equações lineares com duas variáveis;
- Isolava a variável y em função da variável x;
- Para cada equação, construía uma tabela e atribuía valores a incógnita x, obtendo y, determinando alguns pontos de coordenadas (x, y);
- Plotava os pontos no plano cartesiano xOy, em uma folha milimetrada;
- Construía as retas que representavam cada equação, passando pelos pontos;
- Verificava se as retas se interceptavam em algum ponto. Em caso afirmativo, indicava que o ponto de intersecção é a solução do sistema e caso não ocorresse esse encontro o problema não tinha solução e as retas eram paralelas.

Por meio dessa estratégia, ficou fácil entender quando a solução é única, infinita ou inexistente, uma vez que o gráfico possibilitou "ver" a solução, proporcionando a percepção de que o ponto de interseção é de fato o único em comum às duas equações, no caso da solução única.

O professor do ensino médio, de forma semelhante, procurava abordar os conteúdos fazendo uso de várias linguagens. Por exemplo, no 2º ano do ensino médio, ao ensinar juros compostos, ele apresentava um problema, escrevia-o na linguagem matemática e construía um gráfico do montante em função do tempo, relacionando juros compostos com função exponencial. Desse modo, ficava nítido perceber o crescimento dos juros em relação ao tempo, identificar que os juros eram calculados sobre o montante anterior e diferenciar juros simples do composto.

Além disso, sempre que uma situação problema remetia a uma função em sua forma algébrica, o professor também apresentava o gráfico da mesma para analisar o problema geometricamente. Para isso, às vezes ele usava o mesmo procedimento adotado pela minha professora do ensino fundamental, mencionado anteriormente, e outras vezes, construía o gráfico diretamente levando em conta, por exemplo, o termo independente na função afim (ordenada em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas) e sua raiz (abscissa em que o gráfico corta o eixo das abscissas).

Naquela época, mesmo sem entender o porquê, observei que essa forma de desenvolver os conceitos matemáticos com diferentes linguagens[3], possibilitava uma

---

[3]Expressão algébrica, tabela, gráfico e figuras.

compreensão mais ampla do conteúdo estudado, o que implicava também no aumento da vontade de estudar e conhecer essa disciplina.

Desse modo, de posse do meu gosto pela Matemática, da sede de conhecê-la a fundo e principalmente motivado pelos professores, optei, em 2005, fazer o curso de Bacharelado em Matemática, porque queria pesquisar e produzir conhecimento matemático.

Contudo, a partir da convivência com colegas de licenciatura, os quais comentavam sobre atividades que desenvolviam nas disciplinas, *Matemática para o Ensino Médio I*, *Laboratório do Ensino de Matemática* e *Metodologia do Ensino de Matemática*[4], percebi que eu estava mais sensibilizado para as questões de ensino de Matemática do que a produção do conhecimento matemático. Dessa forma, solicitei transferência interna para o curso de Licenciatura em Matemática do Campus Prof. Alberto Carvalho, localizado no município de Itabaiana/SE, a qual foi atendida no início do segundo semestre de 2007.

Uma das primeiras disciplinas que cursei na licenciatura foi *Matemática para o Ensino Médio I* a qual discute os conteúdos de funções, funções afins, funções quadráticas, funções polinomiais reais, funções exponenciais e logarítmicas, medidas de arco e o radiano, funções trigonométricas, fórmulas de adição, leis dos cossenos e dos senos, equações e inequações trigonométricas. Embora o professor tenha abordado a parte teórica dessa disciplina com muitas demonstrações, em boa parte das atividades resolvidas em sala de aula, ele adotava as diferentes linguagens e, mais uma vez, eu tinha facilidade de compreender o conteúdo. Todavia, por várias vezes foi preciso recorrer ao entendimento que eu tinha lá do ensino médio para apreender o que o professor estava explicando. Por exemplo, durante o desenvolvimento do estudo da função logarítmica precisei relembrar as consequências da definição e as propriedades do logaritmo para então compreender as demonstrações apresentadas pelo professor na graduação e procurei sempre visualizar o gráfico de todas as atividades, assim como fazia meu professor do ensino médio.

Em meio aos estudos na graduação, em janeiro de 2008, surgiu, pela primeira vez, a oportunidade de atuar como professor, de Física, em um colégio estadual no município de Malhador/SE[5], em uma turma de 1º ano do ensino médio. Nessa, ministrei

---

[4]Disciplinas obrigatórias para o curso de Licenciatura em Matemática da UFS.
[5] Município situado a 49 km da capital e está localizado na região Agreste de Sergipe.

o conteúdo de Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e Movimento Uniformemente Variado (MUV).

Já na primeira semana de aula, observei que os alunos apresentavam muita dificuldade para interpretar e resolver problemas que envolviam análise de gráfico. Dessa forma, com base na experiência vivenciada durante meu Ensino Básico, nas atividades desenvolvidas na disciplina *Matemática para o Ensino Médio I* e na afinidade com a Matemática passei a resolver as atividades da disciplina de Física utilizando diferentes linguagens intermediárias tais como as figuras, as algébricas, e as numéricas e fazendo sempre um paralelo com a função afim, no caso do MU, e com a função quadrática para o MUV.

Diante disso, percebi que os alunos passaram a esboçar estratégias mais diferenciadas ao resolverem atividades que requeriam a construção ou mobilização de gráficos, pois começaram a fazer uso de mais de uma linguagem para resolver um mesmo problema, principalmente dos problemas escritos na linguagem natural. Quero frisar que ainda nesse momento não conseguia compreender o porquê esse tipo de abordagem parecia facilitar o processo de aprendizagem, mas intuitivamente continuava explorando esta tática.

No entanto, fui remanejado para um colégio do município de Nossa Senhora Aparecida/SE[6] e devido à dificuldade de locomoção, da tal cidade para Itabaiana/SE, local da minha residência e em que fazia graduação, não consegui conciliar as duas funções, professor e aluno de um curso de graduação, e então optei por deixar de ministrar aulas para poder continuar com meus estudos.

No período seguinte, início de agosto de 2008, participei do processo de seleção do Projeto de Iniciação Científica[7], PIBIC/UFS, intitulado: *"O ensino-aprendizagem do conceito de função na formação inicial de professores de Matemática na Universidade Federal de Sergipe (UFS) sob a ótica dos Registros de Representação Semiótica (RRS)"*, cujo referencial teórico baseia-se nos estudos de Raymond Duval (2003) e tinha como objetivo investigar como os discentes do curso de Matemática Licenciatura da UFS mobilizam os registros de representação semiótica inerentes ao processo de ensino-aprendizagem do conceito de função, na aquisição desse objeto e no uso como metodologia de ensino para a prática pedagógica.

Com duração de um ano, nesse projeto:

[6] Município situado a 99,1 km da capital e está localizado na região Nordeste de Sergipe.
[7]Elaborado, articulado e orientado pela Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani e financiado pelo CNPq.

- Realizamos leituras sobre os temas: ensino de funções, registros de representação semiótica, orientações curriculares da educação básica e do ensino superior e formação de professores de Matemática;
- Elaboramos e desenvolvemos para os acadêmicos do terceiro (3º) e quinto (5º) período do Curso de Licenciatura em Matemática da UFS, Campus de Itabaiana, a primeira *sequência de ensino*[8] composta por questões abertas - enfocando aspectos referentes à formação escolar, concepções sobre Educação Matemática e ensino-aprendizagem, em específico de funções – e atividades de múltipla escolha sobre o objeto matemático função, a fim de estabelecer o perfil do grupo quanto à aquisição do conceito desse objeto de estudo;
- Criamos e analisamos o Grupo de Estudos Avançado (GEA): Grupo de Estudo sobre Registro de Representação Semiótica e Função[9] que se reuniu quinzenalmente entre os meses de abril, maio e junho de 2009 para realizar leitura e discussão de textos sobre o processo de ensino-aprendizagem de funções, para analisar e demonstrar teoremas e proposições sobre funções afim e quadrática e resolver listas de atividades em ambientes computacionais, utilizando o *software* GeoGebra e em sala de aula;
- E organizamos uma sequência de ensino constituindo uma proposta metodológica para o ensino-aprendizagem do conceito de função sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica.

Durante a execução do projeto observei que os equívocos e as dúvidas que os acadêmicos do curso de Matemática Licenciatura da UFS apresentavam ao resolver algumas situações problemas, principalmente, aquelas cujo registro gráfico não mostrava nenhum valor numérico e em que o conceito de função era peça fundamental para resolver as questões propostas, eram superadas quando eles variavam o sistema de representação fazendo uso de outras linguagens tais como expressões algébricas e tabelas.

Por outro lado, através das leituras, especialmente de Duval (2003), realizadas durante a execução do projeto, comecei a entender que a prática das diferentes linguagens

---

[8] "(...) uma sequência de aula(s) concedida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor". (DOUADY apud MACHADO, 2002, p. 198).

[9] Orientado e coordenado pela Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani e composto por 18 alunos do 3º (terceiro) e 5º (quinto) período do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Sergipe, Campus Prof. Alberto Carvalho, localizado no município de Itabaiana, e dois do 5º (quinto) período do curso de Física da instituição citada anteriormente e uma professora da rede pública estadual.

adotada pelos meus dois professores do Ensino Básico, pelo professor de Matemática para o Ensino Médio I e posteriormente em minha primeira experiência docente, tratava-se de uma aproximação da proposta da teoria dos registros de representação semiótica que será o referencial teórico deste texto, discutida com mais detalhes no Capítulo I.

Vale ainda ressaltar que, motivado pelas experiências vivenciadas no Projeto de Iniciação Científica, tive a oportunidade de pôr em prática as ideias propostas por Duval (2003) no segundo semestre de 2009, quando realizei o *Estágio Supervisionado para o Ensino Médio I*[10], no qual desenvolvi o projeto didático de estágio[11], intitulado: "*O uso de novas metodologias e registro de representação semiótica no ensino de função afim e função quadrática*", realizado com alunos do 1º ano do Ensino Médio, no qual foi desenvolvido o conteúdo de função afim e quadrática,.

O projeto de estágio tinha por objetivo trazer uma forma diferente de se trabalhar o conceito de função para além das aulas expositivas, por meio do emprego da história da matemática, da resolução de problema e de recursos, como o projetor de mídia e o computador, priorizando as várias representações do objeto matemático função, a saber: em língua natural, algébrica, simbólica, tabular, figural, geométrica e gráfica.

Para isso, optei por trabalhar com atividades de funções envolvendo o registro gráfico e fiz uso do *software* GeoGebra, em que foi possível traçar as relações existentes entre os registros gráficos e algébricos das funções estudadas e detectar algumas dificuldades dos alunos. Dentre elas destaca-se, por exemplo, a dificuldade dos alunos de identificar a posição dos números negativos no plano cartesiano, seja no eixo das abscissas, bem como saber qual deles é o maior, pois muitos alunos consideravam que, por exemplo, menos cinco (– 5) é maior que menos um (– 1).

Dentre as atividades realizadas, destaca-se a que utilizei o GeoGebra para auxiliar na identificação das relações existentes entre os coeficientes a, b e c, na expressão algébrica da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a parábola, através de variações feitas em cada um dos coeficientes. Para isso, levei os alunos para o laboratório de informática e solicitei que ficassem em dupla em cada computador, pois não tinha equipamento suficiente para todos, e acessassem o GeoGebra, *software* que eles já conheciam visto que o professor deles já havia utilizado em outras atividades. Desse modo:

[10]Que tem por objetivo fornecer ao aluno subsídios teóricos e práticos necessários para planejar e lecionar aulas de matemática para alunos do ensino médio.
[11]Orientado pela Profa. Lígia Santana Filha.

- os orientei a variar o coeficiente a, deixando fixos b e c, e solicitei que eles descrevessem o que ocorria com a parábola. Feito isso, logo perceberam que quando atribuíam valores positivos ($a > 0$) a cavidade da parábola voltava-se para cima e quando o coeficiente era negativo ($a < 0$) ela voltava-se para baixo;
- instiguei os educandos a atribuírem valores reais ao coeficiente c, mantendo fixos a e b, e pedi que eles analisassem como a parábola se comportava. Dessa forma, eles concluíram que ela sempre interceptava o eixo das ordenadas exatamente no mesmo valor do coeficiente c.
- estimulei os discentes a fazer o mesmo com b, sem variar a e c, e mais uma vez observassem o que acontecia com o gráfico. Nesta fase da atividade alguns alunos tiveram dificuldade de identificar alguma relação do coeficiente b com a parábola, mas boa parte da turma conseguiu chegar à conclusão de que o valor do coeficiente b indicava se a parábola cortava o eixo y com sua parte crescente ou decrescente ou em seu eixo de simetria.

Desse modo, pode-se afirmar que os resultados obtidos com essas atividades foram bastante satisfatórios, visto que os discentes reduziram o uso das tabelas de valores para construir os gráficos das funções a partir da expressão algébrica e nem utilizavam de muitos cálculos para fazer o caminho inverso.

Vale ainda ressaltar que procurei, durante o estágio supervisionado, desenvolver atividades em grupo conforme os pressupostos de Salvador (1994) de que as relações aluno-aluno ocorrem de forma decisiva sobre aspectos como "o processo de socialização em geral, o controle dos impulsos agressivos, o grau de adaptações às normas estabelecidas e inclusive o rendimento escolar" (p.78), o que, no meu ponto de vista, colabora para a mobilização de distintas representações, pois permite que os alunos manifestem, no interior da dupla, diferentes caminhos de resolução das atividades matemáticas.

Dessa maneira, o estágio foi mais uma etapa relevante para minha formação como professor, pois por meio da primeira experiência docente acabei "(...) mobilizando conhecimentos que lhes permitem estabelecer indicadores do que deve ou não ser feito para que o ensino seja eficiente" como destaca Lopes (2005, p. 2). Além disso, desenvolver o projeto de estágio a partir dos diferentes registros me ajudou não só a vivenciar as dificuldades apresentadas na turma em relação a aquisição do conceito de função, mas também a procurar estratégias para sanar tais problemas, despertando um desejo de estudar a fundo esse objeto matemático e contribuindo para minha formação como pesquisador.

Desse modo, examinando a minha atuação profissional e as minhas experiências, participei da seleção de mestrado do Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (NPGECIMA/UFS), final de 2011, optei por continuar a investigar o que já vinha fazendo na Iniciação Científica e buscar respostas para minhas inquietações, a saber: Como o conceito de função vem sendo trabalhado pelos professores? Como ocorre a aquisição[12] do conceito de função pelos alunos? Quais estratégias os discentes adotam para resolver os problemas propostos? Quais os registros de representação semiótica explorado pelos alunos? Por que os alunos apresentam dificuldades nos problemas em que os registros gráficos são apresentados?

Concomitantemente ao início do mestrado, passei em uma seleção do Serviço Social da Indústria – SESI – para ministrar aulas de Matemática para as turmas de ensino médio, compostas por alunos que faziam curso técnico[13], em turno oposto. E, de acordo com as propostas pedagógicas os conteúdos das diferentes disciplinas deveriam ser trabalhados com vistas a sua aplicabilidade nos referidos cursos, o que demanda o emprego das diferentes representações, pois os problemas não partem necessariamente da língua natural ou do modelo algébrico, visto que muitas vezes são situações que envolvem gráficos e/ou dados que precisam ser modelados.

Diante das necessidades requeridas pela minha inserção no campo profissional e da composição da minha dissertação no decorrer do primeiro ano de mestrado, procurei compreender a importância de se estudar função, bem como o seu papel no desenvolvimento cognitivo do indivíduo dentro e fora do campo matemático. Para isso realizei diversas leituras, iniciando nos documentos oficiais voltados à educação e observei que, conforme Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), o objeto matemático função está contido em várias situações do cotidiano, sendo utilizado também por várias áreas do conhecimento. Tal objeto serve como modelo para inúmeros fenômenos naturais, através da função exponencial que, também, se articula, por exemplo, com as progressões geométricas e com os problemas de matemática financeira.

[12] Esse termo foi adotado neste texto, pois a aquisição é a forma como Duval (1993, 2003, 2009, 2011) se refere a apreensão conceitual.

[13] Técnico em administração, Técnico em Automação Industrial, Técnico em Edificações, Técnico em Eletroeletrônica, Técnico em Eletromecânica, Técnico em Mecânico Industrial, Técnico em Segurança do Trabalho, Técnico em Informática, Técnico em Informática (rede) e Técnico em Petróleo e Gás.

A função trigonométrica que se liga a praticamente todos os movimentos ondulatórios da natureza, particularmente na acústica e no eletromagnetismo.

Brasil (2006) aponta ainda que a função quadrática tem um papel relevante como modelo, por exemplo, para o movimento uniformemente acelerado e articula-se, entre outros conhecimentos, com o estudo geométrico da parábola. A função afim tem estreita relação com o conceito de proporcionalidade e progressões aritméticas.

Assim, a aquisição do conceito de função é fundamental para o aluno compreender e intervir em diversas situações reais e para adquirir outros conceitos matemáticos. Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999) orientam que o objeto função deve ser trabalhado em sua forma interdisciplinar dentro do campo matemático, pois:

> O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente (BRASIL, 1999, p. 43).

Além disso, conforme Brasil (1999), a interdisciplinaridade do conteúdo função pode e deve ir além das conexões internas à própria Matemática, uma vez que:

> (...) o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia (BRASIL, 1999, p. 43-44).

No entanto, estudos realizados por Campos (2000), Lima (2008), Bueno (2009) e Gonçalves Filho (2011) apontam que uma das consequências da ênfase no uso de técnicas na formação inicial de professores de Matemática é o fato de que esses profissionais trabalham os conteúdos matemáticos de forma isolada, especialmente, função, impossibilitando a exploração do caráter integrador desse conceito, bem como o uso articulado das suas diversas representações, a saber: registro na língua natural, simbólico, numérico, algébrico, geométrico, gráfico e figural.

A partir da importância de estudar função e das recordações já mencionadas na introdução desse texto, estabelecemos[14] como objetivo de pesquisa analisar as representações semióticas mobilizadas nas atividades propostas no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante (2010), em cadernos dos alunos do 1º ano do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe e em uma sequência de atividades didáticas que enfatizam funções afim e quadrática com discentes dessa mesma instituição de ensino.

Com o propósito de buscar subsídios para traçar o caminho que iriamos percorrer para atingir o objetivo definido, fizemos um levantamento de dissertações já produzidas e que, de alguma forma, aproximam-se do ensino e aprendizagem de função afim e função quadrática. Para isso, consultamos os bancos de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Banco de Dados de Teses e Dissertação (BDTD); e o Google Acadêmico com combinações das seguintes palavras-chave: “conceito de função”, “função”, “funções” e “registro de representação semiótica”.

O critério adotado para que as dissertações e teses fizessem parte da pesquisa foi que apresentassem, explícito no título e/ou resumo, a intenção de estudar função afim (função polinomial do 1º grau) e/ou função quadrática (função polinomial do 2º grau). Destes, foram selecionados apenas os que tinham como referencial teórico os registros de representação semiótica.

Como resultado das buscas efetuadas, dentre as instituições que disponibilizam os textos, localizamos um total de dez (10) trabalhos (Quadro 01). Além destes, incluímos os textos de Passos (2012) e Oliveira (2014), pois, embora não tenham função como principal objeto de pesquisa, foram as primeiras dissertações de mestrado do estado de Sergipe que adotaram os registros de representação semiótica como referencial teórico. Todas essas pesquisas podem ser organizadas em dois grupos: pesquisa que utilizam *softwares* e as que não os utilizam.

---

[14] A partir desse momento, quando necessário, usarei os verbos em primeira pessoa do plural, visto que a orientadora e os sujeitos da pesquisa contribuíram diretamente e indiretamente para os encaminhamentos desta pesquisa e para elaboração desse texto.

Quadro 1: Teses e Dissertações que apresentam a teoria dos registros de representação e que tem como objeto matemático função afim e/ou quadrática.

Autor/Ano	Título	Objetivo geral	Institui-ção	Sujeitos da pesquisa/ Objeto de estudo		*Grupo*
Braga (2009) (Dissertação)	A compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática no ensino fundamental com o recurso da planilha.	Investigar e avaliar como ocorre o processo de compreensão do conceito de função, segundo a Teoria de Duval, em alunos de ensino fundamental – 8ª série – mediante a utilização da planilha.	PUC/RS	Alunos do ensino fundamental. (Função afim e quadrática)	*Microsoft excel*	**Utilizaram *software* na pesquisa**
Fonseca (2011) (Dissertação)	O uso de tecnologias no ensino médio: a integração de mathlets no ensino da função afim.	Discutir e avaliar a utilização integrada do mathlet como ferramenta nas aulas de matemática, no estudo da Função Afim, em turmas do 1º ano do Ensino Médio.	UFRJ	Alunos do ensino médio. (Função afim)	Tecnologia *mathlet*[15]	
Maia (2007) (Dissertação)	Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional.	Complementar os estudos já realizados a respeito da função quadrática e a utilização de *software* para este fim.	PUC/SP	Alunos do ensino fundamental. (Função quadrática)	*Software winplot*[16].	
Reis (2011) (Dissertação)	Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio	Aplicar uma sequência didática diagnóstica, para registrar e analisar os erros cometidos pelos alunos no conceito de função afim e, em seguida, propor uma sequência didática com o uso do *software* GeoGebra, planejada e estruturada a partir da análise destes mesmos erros, de forma a verificar possíveis avanços na aprendizagem.	PUC/SP	Alunos do ensino médio (Função afim)	*Software* GeoGebra[17]	

[15]De acordo com Fonseca (2011, p. 2) "um mathlet, segundo o Journal Online ofMathematicsand its Applications (JOMA), é "uma pequena plataforma independente e interativa para o ensino de Matemática". São aplicações que podem ser desenvolvidas para a internet, em qualquer linguagem de programação ou qualquer plataforma".

[16]Programa de domínio público, criado por Richard Parris, da *PhilippsExeterAcademy*, utilizado para construir gráficos de funções em Matemática, em um ambiente *Windows*. Pode ser encontrado no site *http://math.exeter.edu/rparris* (MAIA, 2007).

[17] "(...) criado e desenvolvido por *MarkusHohenwarter*da Universidade de Salzburgo na Áustria, para elaborar um instrumento útil à aprendizagem matemática que combine elementos geométricos e algébricos que podem ser utilizados em ambiente *Windows"* (SCANO, 2009, p. 49). O GeoGebra pode ser encontrado no site *http://www.geogebra.at*.

Santos (2002) (Dissertação)	Função Afim y = ax + b: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.	Estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação y = ax + b pela articulação dos registros gráficos e algébricos da função afim, com o auxílio de um *software* construído especialmente para esta finalidade.	PUC/SP	Alunos do ensino médio (Função afim)	*Software funcplus*[18]	
Santos (2009) (Dissertações)	Ambiente informatizado para o aprofundamento da função quadrática por alunos da 2ª série do Ensino Médio.	Desenvolver um ambiente informatizado voltado ao ensino, para favorecer o aprofundamento dos conhecimentos relacionados à função polinomial do segundo grau.	PUC/SP	Alunos do ensino médio (Função quadrática)	*Software* GeoGebra *e NVU*[19].	
SCANO (2009) (Dissertação)	Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra.	Desenvolver uma sequência de ensino, conforme os princípios dessas teorias, mediadas pelo uso do *software* GeoGebra, para iniciar um estudo da função afim com alunos do 9º ano do ensino Fundamental.	PUC/SP	Alunos do ensino fundamental (Função afim)	*Software* GeoGebra.	
Delgado (2010) (Dissertação)	O ensino da função afim a partir dos Registros de Representação Semiótica.	Avaliar as dificuldades de ensino e aprendizagem da função afim aos alunos do 1ª ano do Ensino Médio da Rede Pública Estadual na cidade do Rio de Janeiro – RJ	UNIGRANRIO	Alunos do ensino médio. (Função afim)	Listas de atividades.	**Não utilizaram *software* na pesquisa**
Lopes (2003) (Dissertação)	A Importância da utilização de Múltiplas Representações no Desenvolvimento do Conceito de Função: uma proposta de ensino.	Desenvolver e avaliar uma proposta de ensino, constituída de atividades introdutórias à noção de função, em particular função afim, ou seja, de atividades que envolvam implicitamente conceitos e procedimentos relativos a essa noção.	PUC/SP	Alunos de ensino fundamental. (Função afim)	Sequência didática.	
Lopes Junior (2006) (Dissertação)	Função do 1º grau: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do ensino médio.	Investigar a compreensão do conceito de função do 1ºgrau, no que diz respeito às formas de linguagens e códigos que são utilizados por alunos no Ensino Médio.	UFMS	Alunos do ensino médio. (Função afim)	Análise do livro didático e sequência didática.	

[18] O *software* educativo elaborado por Santos (2002) que serviu de suporte, para atender aos objetivos propostos, foi denominado *Funcplus*e construído a partir do *software Functuse* utilizado na tese de Dagher (1993, *apud* SANTOS, 2002).

[19] “(…) editor de código aberto de HTML para o desenvolvimento de páginas da internet” (SANTOS, 2009).

Oliveira (2014) (Dissertação)	Representações mobilizadas nas turmas de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE no ensino de geometria analítica	Investiga as representações matemáticas mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE.	UFS	Alunos do ensino médio (Geometria analítica)	Análise dos livros didáticos, dos cadernos dos alunos e da sequência de atividades.
Passos (2012) (Dissertação)	A educação algébrica no 8º ano do ensino fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE: entendimentos dos professores de Matemática.	Investigar os entendimentos dos professores de Matemática das escolas públicas de Ribeirópolis/SE em relação à educação algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental.	UFS	Professores do ensino fundamental (Educação algébrica)	Análise dos livros didáticos, dos cadernos dos alunos e entrevistas estruturadas.

Fonte: Quadro elaborado a partir de dados coletados nas dissertações apresentadas.

Com a intenção de analisar os trabalhos selecionados, investigamos em que essas produções se aproximam e se distinguem de nossa pesquisa, sendo que será iniciada esta apreciação pelos textos de Passos (2012) e Oliveira (2014) e, em seguida, comentaremos sobre os outros trabalhos, os quais adotaram função como objeto de estudo, assim como neste texto.

Passos (2012), a partir de uma pesquisa qualitativa, buscou investigar os entendimentos dos oito (08) professores de Matemática das escolas públicas da rede municipal e estadual de Ribeirópolis/SE, no ano de 2010, em relação à educação algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizou uma apreciação, por meio dos princípios da análise de conteúdo de Bardin (2010), dos livros didáticos e da fotocópia de vinte e cinco (25) cadernos de alunos. Em seguida, fez entrevistas semiestruturadas com todos os docentes, buscando distinguir alguns entendimentos em relação às dimensões da álgebra[20] e aos registros de representação semiótica mobilizados.

Assim, Passos (2012) concluiu que a maioria dos professores apontaram os conteúdos vinculados exclusivamente à dimensão estrutural como elementos imprescindíveis para serem apreendidos no 8º ano do ensino fundamental, mas quatro (04) deles enfatizaram quantitativamente mais atividades na dimensão equacional, e metade dos docentes reconhece que a dimensão da aritmética generalizada, quando evidenciadas as variáveis visuais dependentes e independentes, pode contribuir para o trabalho com a dimensão funcional.

Ao considerar as transformações semióticas, segundo Passos (2012), os educadores identificaram que atividades de tratamento são mais elementares que as de conversão e que podem ser empregadas tanto na dimensão equacional quanto na estrutural. A autora ainda concluiu que as transformações semióticas desenvolvidas nas atividades propostas de todos os professores enfatizaram mais o tratamento do que as conversões, independente da dimensão privilegiada.

Já Oliveira (2014), desenvolveu seu trabalho em paralelo com esta pesquisa, buscando investigar os registros mobilizados pelos alunos do 3º ano do ensino médio de duas escolas públicas estaduais de Itabaiana/SE em relação ao ensino de geometria analítica. Para isso, ele adotou as mesmas etapas que realizamos em nossa pesquisa, a saber: análise dos livros didáticos adotados nos colégios que compõe o campo de pesquisa, análise das fotocópias de vinte e um (21) cadernos dos sujeitos da pesquisa e

[20] A aritmética generalizada, a funcional, as equações e a estrutural.

desenvolvimento de uma sequência didática com duzentos e vinte e sete (227) alunos matriculados nas duas unidades de ensino.

O autor concluiu que tanto os livros didáticos quanto as atividades apresentadas nos cadernos dos alunos privilegiaram a transformação de conversão de registros, assim como em nossa investigação. Além disso, Oliveira (2014) afirmou que esses instrumentos de pesquisa enfatizaram os registros algébrico, geométrico, numérico e da língua natural, sendo que os resultados aqui apresentados revelam um destaque para os registros algébrico e numérico.

Retomando os trabalhos apresentados no Quadro 1, que comungam da teoria dos registros de representação semiótica e do ensino de função afim e/ou quadrática, e que em algum momento do estudo utilizam *softwares*, merece destaque a pesquisa de Santos (2002). Este desenvolveu um estudo entre os alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola particular de São Paulo acerca da aquisição dos conhecimentos relacionados aos coeficientes da função afim $y = ax + b$, a partir da articulação de registros gráficos e algébricos, auxiliado por um *software*, com a intenção de investigar as reais potencialidades do computador no processo "ensino e aprendizagem".

Desse modo, para realizar a pesquisa, o autor construiu um *software* do tipo jogo que proporcionou o estudo dos processos de aprendizagem ligados à construção de significados dos coeficientes da equação de uma reta, em um dado referencial, em que uma reta aparecia na tela do computador e o aluno deveria encontrar a equação dessa reta.

O autor elaborou uma sequência didática pautada em elementos teóricos que baseiam as pesquisas em Didática da Matemática, apresentando alguns princípios de Informática na Educação e apoiando-se na teoria de Registros de Representação Semiótica.

O trabalho foi realizado por cinco (05) duplas de alunos mediante a aplicação de um pré-teste e um pós-teste, para serem desenvolvidos somente com o uso de lápis e papel. No entanto, entre os testes, foram desenvolvidas sessões de ensino em um ambiente informático, com intuito de proporcionar ao aluno melhor compreensão da relação dos coeficientes da equação associada a uma reta. Tais testes serviram para avaliar o efeito das sessões de atividades no ambiente informático, em que a comparação dos resultados de ambos os pré-teste e do pós-teste tiveram o intuito de avaliar a aprendizagem.

Portanto, para Santos (2002), os resultados revelaram uma evolução na construção de significados para os coeficientes da representação algébrica associados à representação gráfica da função afim, assim como apontam que o ambiente informático possibilitou uma nova forma de trabalhar com os alunos desenvolvendo o processo de ensino-aprendizagem desse tema.

Ele ressalta, ainda, que pesquisas mostram que situações contextualizadas podem favorecer o estabelecimento de conexões mais profundas a respeito da conversão do registro gráfico para o algébrico.

Já Scano (2009), desenvolveu uma pesquisa com dezessete (17) alunos, com idades entre treze (13), quatorze (14) e quinze (15) anos, do 9º ano do ensino fundamental de uma escola particular situada no município de Vargem Grande Paulista, na região da Grande São Paulo. Os alunos foram divididos em sete duplas e um trio, para desenvolver uma sequência de ensino concebida à luz da Teoria das Situações Didáticas e da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, mediada pelo uso do *software* GeoGebra, com a intenção de contribuir para uma iniciação ao estudo da função afim.

A sequência de ensino foi desenvolvida em quatro etapas, distribuídas em um total de oito (8) aulas de cinquenta (50) minutos, desenvolvidas em sua maior parte em um ambiente informatizado fazendo uso do *software* GeoGebra. Após a elaboração, a análise *a priori* da sequência e a aplicação, o autor afirmou que a análise *a posteriori* confirmou suas hipóteses, de que uma sequência desenvolvida e aplicada com base na Teoria das Situações Didáticas e na mudança de registros de representação conduz alunos a reconhecer que o gráfico de uma função afim é uma reta e a maioria a expressar algébrica e graficamente a relação entre duas variáveis de uma função afim, além de relacionar os coeficientes da equação da reta com a representação gráfica da função afim.

Assim como em Scano (2009), as sequências de atividades desenvolvidas por Reis (2011) e Santos (2009), em ambientes informatizados, fazendo uso do *software* GeoGebra, favoreceram a compreensão do conceito de função. Ao propor atividades desenvolvidas nesse ambiente, Reis (2011) espera uma superação dos erros cometidos pelos alunos, pois, segundo ele, essas mudanças nas tarefas “podem ocorrer na maneira de pensar e resolver problemas, com as interconexões assumindo o papel de suportes do pensamento”. Já a pesquisa de Santos (2009) apontou que os alunos obtiveram um considerável desenvolvimento na articulação dos registros de representação algébrico e gráfico e o aprofundamento dos conhecimentos relacionados à função polinomial do segundo grau.

A pesquisa de Braga (2009), desenvolvida em uma escola da rede particular de ensino de Porto Alegre para alunos da 8ª série do ensino fundamental, acerca do processo de compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática, concluiu que a utilização da planilha nas aulas de matemática promoveu a compreensão do conceito de função na perspectiva de um trabalho que enfatizou a conversão entre os registros de representação das funções estudadas. Além disso, a autora revelou ainda que a utilização desse recurso facilita a aprendizagem do conteúdo desenvolvido de um modo diferente do modelo tradicional.

Ao analisarmos trabalhos pertinentes ao grupo que investigou sobre o ensino de função afim e/ou quadrática sem apoio de um *software*, destacamos a pesquisa de Lopes (2003), que desenvolveu um estudo com os alunos de 8ª série em escola da periferia do Estado de São Paulo. Esse trabalho consistiu de uma proposta de avaliação de uma sequência didática para a introdução do conceito de função afim. Para tanto, a pesquisa fundamentou-se em elementos teóricos propostos pelos registros de representação semiótica e considerações gerais em relação ao livro "Conceitos Fundamentais em Matemática", de Bento de Jesus Caraça, buscando avaliar os fenômenos didáticos ocorridos na resolução de problemas que envolviam a conversão do registro gráfico de uma função afim para o registro algébrico e vice-versa.

A sequência didática, composta por doze (12) atividades, foi desenvolvida com 40 alunos divididos em grupos de dois a quatro componentes, em dezessete (17) aulas de cinquenta e cinco (55) minutos, porém a última atividade foi feita de forma individual. Para Lopes (2003), a pesquisa atingiu seus objetivos e revelou a importância do emprego de múltiplas representações no processo de conceitualização, o que contribuiu para que os alunos coordenassem as variáveis no registro gráfico e o correspondente no registro algébrico.

Também, fazendo parte desse segundo grupo, Delgado (2010), em um estudo de caso, avaliou as dificuldades de ensino e aprendizagem da função afim dos alunos de três turmas de 1º ano do ensino médio de uma escola da Rede Pública Estadual na cidade do Rio de Janeiro – RJ, onde foram desenvolvidas aulas de revisão acerca da função afim, bem como foram realizadas atividades, perfazendo ao todo aproximadamente trinta (30) aulas de cinquenta (50) minutos cada.

Em seu trabalho, Delgado (2010) explorou a multiplicidade de representações da função afim, ao se fazer com que os alunos realizassem tarefas que exigissem a conversão entre os registros, com a passagem da:

a) língua natural para as formas algébrica, tabular e gráfica;
b) forma algébrica para a forma tabular e vice-versa;
c) forma algébrica para a forma gráfica e vice-versa e,

d) forma tabular para a forma gráfica e vice-versa.

Nesta pesquisa, o autor concluiu que as maiores dificuldades estão relacionadas nas conversões que envolvem a forma algébrica, pois as atividades de conversão da língua natural para expressão algébrica e da forma tabular para a algébrica apresentaram um baixo rendimento e dificilmente os alunos observam que a língua natural e a forma algébrica representam o mesmo objeto matemático.

A pesquisa de Delgado (2010) também revelou que os alunos não conseguem analisar um gráfico de forma satisfatória – para eles, é apenas um monte de pontos ligados por uma reta. Em questões que envolveram interpretação de gráfico, a maioria dos erros ocorreu pela não associação das variáveis, derivadas da situação-problema, com os valores representados por cada ponto, pertencente à curva, no Plano Cartesiano.

Por outro lado, Lopes Junior (2006) conclui, em seu trabalho, que nos livros didáticos alguns autores desenvolvem, nas atividades, determinadas formas de representação de maneira excessiva, deixando de explorar uma maior variedade de representações. Ele afirma ainda, que essa abordagem excessiva pode prejudicar o entendimento do aluno em relação ao objeto matemático função afim.

Em relação a conversão do registro gráfico para o algébrico, Lopes Junior (2006) percebeu a necessidade de primeiramente trabalhar com representação por tabelas como suporte, pois para os alunos os coeficientes angular e linear se mostraram praticamente inexistentes.

De um modo geral, ele constatou que, nesse nível de escolaridade, os alunos não demostram um domínio plausível para algumas formas de representação. Além disso, durante a realização da sequência didática, ele percebeu que o entendimento dos alunos sobre o conceito de função afim poderia ser classificado em dois níveis de complexidade, a saber:

> O primeiro mais pragmático em que o trabalho dos alunos se resume a algumas formas de tratamento e tentativas de generalização, apresentando limitações quanto à disponibilidade de algumas representações que, em alguns casos, acabam inviabilizando qualquer possibilidade de conversão. E um segundo, que demonstra um entendimento mais elaborado, superando tratamentos numéricos e algébricos e, realizando algumas conversões (LOPES JUNIOR, 2006, p. 129)

Nesta revisão bibliográfica, é perceptível a preocupação dos pesquisadores com o ensino e aprendizagem de função afim e/ou quadrática, em razão das dificuldades que os alunos do ensino fundamental e médio apresentam quanto à aprendizagem desse conteúdo a partir de encaminhamentos metodológicos que seguem os princípios da pesquisa qualitativa. Por esse motivo, optamos por adotar os pressupostos de Lüdke e André (1986) e Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1998) no que tange a abordagem qualitativa, pois os estudos aconteceriam em ambiente natural, isto é, o aluno estará em um local, no qual, não sofrerá influencia por parte do professor e/ou do pesquisador. De forma descritiva, os dados deveriam ser coletados com o intuito de traçar o perfil dos sujeitos envolvidos neste processo, o entendimento que eles atribuem para o conceito de função e a forma que eles mobilizam os registros de representação semiótica desse objeto.

Diante do referencial metodológico e com objetivo de buscar indícios da mobilização dos registros de representação e das transformações semióticas selecionamos como fonte de coleta de dados os encaminhamentos propostos no livro didático adotado pelas turmas, registros nos cadernos dos alunos e protocolos de uma sequência de atividades desenvolvida com os participantes do estudo, ou seja, os alunos 1º ano do ensino médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no decorrer do ano letivo de 2012. E nesse momento, incorporamos à fundamentação metodológica os princípios da análise de conteúdo, elaborada por Bardin (2010), para analisar especificamente, o livro didático e os cadernos dos alunos.

Cabe destacar que a escolha do nível médio se deu pelo fato de que nesta etapa a Matemática deve ser entendida como uma parte do conhecimento do homem essencial para a formação de todos os indivíduos “que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional” (BRASIL, 2002, p. 111); e a opção pelos alunos do 1º ano ocorreu pelo fato que eles têm contato com o conceito de função (função afim, função quadrática, função modular, função exponencial, função logarítmica e função trigonométrica), durante todo ano letivo.

Já a opção por centralizar os estudos no Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe (CODAP/UFS) está vinculada ao fato de que ele é a instituição de ensino da rede pública de Sergipe que alcançou a maior média geral no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2011, 577,88 pontos, sendo que em Matemática obteve média 629,16 pontos, ficando atrás apenas da redação com 652,22 pontos e tem um nível de aprovação na UFS de mais de 80% dos alunos do colégio.[21]

[21]Informações disponíveis em http://g1.globo.com/se/sergipe/noticia/2012/11/colegio-de-aplicacao-da-ufs-cai-no-ranking-geral-de-escolas-no-enem.html e http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem.

Para isso, assumimos como principal referencial teórico a teoria dos registros de representação semiótica fundamentada em Duval (2003, 2009, 2011), pois como enfatiza Damm (2010, p. 167):

> Em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto para o seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático.

E a este referencial teórico procuramos aliar as orientações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – PCNEM (BRASIL, 1999), os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – PCN + (BRASIL, 2002), as Orientações Curriculares para o Ensino Médio Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – OCEM (BRASIL, 2006) e o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLDEM (BRASIL, 2012).

Para tecer os resultados de todos os dados levantados a partir do livro didático, dos cadernos e da sequência de atividades serão analisados considerando os registros mobilizados nas atividades cognitivas de tratamento e conversão, bem como identificar a forma com elas são articuladas, ou seja, por meio de apreensões globais ou pontuais.

Diante desse contexto e do quantitativo de alunos das duas (02) turmas do 1º ano do CODAP/UFS, optamos por selecionar, dentre os trinta e três (33) alunos do 1ºA e os trinta e cinco (35) alunos no 1ºB, dois (02) cadernos de alunos de cada turma, os mais organizados e assíduos, e desenvolver a sequência de atividades com todos os estudantes. No entanto, devido à ausência ou evasão sessenta e um (61) participaram da sequência de atividades, sendo trinta (30) do 1ºA e trinta e um (31) do 1ºB, como está exposto na Tabela 01:

Tabela 1: Sujeitos da pesquisa por série e sexo.

	Sexo masculino	**Sexo feminino**
Alunos do 1ºA	13	17
Alunos do 1ºB	12	19

Fonte: Protocolos da sequência de atividades.

No intuito de estabelecer um perfil dos sujeitos da pesquisa, organizamos duas tabelas: a Tabela 02 que destaca a idade e o número de alunos que já reprovaram em anos anteriores, por gênero (masculino ou feminino) e a Tabela 03 que apresenta a rede que eles cursaram o ensino fundamental, também por gênero.

Tabela 2: Perfil dos sujeitos da pesquisa: Idade por turma e por gênero

Turma	Sexo	Idade						Reprovação	
		14 anos	15 anos	16 anos	17 anos	18 anos	Não Informou	Ens. Fund.	Ens. Médio
1ºA	Masculino	0	6	3	3	0	1	4	0
	Feminino	1	8	6	2	0	0	2	0
1ºB	Masculino	0	5	5	1	1	0	3	0
	Feminino	0	13	3	2	0	1	2	1
Total		**1**	**32**	**17**	**8**	**1**	**2**	**11**	**1**

Fonte: Protocolo da sequência de atividades.

Analisando a Tabela 02 é possível observar que não há uma disparidade entre as idades em ambas as turmas, visto que apesar da faixa etária do 1ºA varia entre quatorze (14) e dezessete (17) anos e do 1ºB de quinze (15) a dezoito (18) anos, em ambas as turmas e gêneros há uma concentração de alunos com quinze (15) anos, idade regular para o aluno que teve uma vida estudantil sem reprovações. Notamos também que, como era de se esperar, os alunos de dezessete (17) e dezoito (18) anos e alguns de dezesseis (16) já reprovaram no ensino fundamental ou médio.

A seguir, na Tabela 03, foi apresentado em que rede de ensino (pública, privada ou pública e privada) os sujeitos da pesquisa cursaram o ensino fundamental.

Tabela 3: Perfil dos sujeitos da pesquisa: Rede que cursou o ensino fundamental.

Turma	Sexo	Rede que cursou o ensino fundamental		
		Pública	Privada	Pública e Privada
1ºA	Masculino	11	0	2
	Feminino	14	2	1
1ºB	Masculino	12	0	0
	Feminino	18	1	0
Total		**55**	**3**	**3**

Fonte: Protocolo da sequência de atividades.

Fazendo uma análise da Tabela 03, percebe-se que praticamente todos os alunos, de ambas as turmas, vem da rede pública de ensino, uma vez que as vagas destinadas ao ensino médio são de prioridade dos alunos do próprio CODAP/UFS; estes, por sua vez, ingressaram na instituição por meio de uma prova de seleção aplicada no 6º ano do ensino fundamental. No entanto, atualmente, este ingresso acontece por meio de um sorteio público.

Desse modo, a atual pesquisa está organizada em três capítulos. No primeiro capítulo, ***Registros de representação semiótica na função afim e quadrática***, apresenta-se a fundamentação teórica da pesquisa, onde foi abordada a teoria dos *registros de representação semiótica*, discutida por Duval (2003, 2009, 2011).

No segundo capítulo, ***Os registros no livro didático Matemática: contexto & aplicações e nos cadernos dos alunos do 1º ano do CODAP/UFS***, descrevemos a análise dos instrumentos de coleta de dados, a saber: o livro didático e os cadernos dos alunos, sobre a ótica dos RRS.

No capítulo três, ***Análise da sequência de atividades,*** é apresentada as análises da sequência de atividades, cuja intenção é apontar os registros mobilizados pelos alunos, bem como as transformações semióticas adotadas. Nessa perspectiva, realizamos uma sequência de atividades composta por quatro (4) questões abertas subdivididas em dezessete (17) subitens, os quais mobilizam os registros de partida em língua natural, algébrico e gráfico, bem como enfatizam os registros de chegada em língua natural, algébrico, gráfico, numérico e simbólico, utilizando os registros intermediários e de chegada nas representações algébrica, numérica, simbólica e tabular.

E, por fim, as ***Considerações Finais*** sobre os resultados encontrados na análise dos dados, as ***Referências Bibliográficas*** e os ***Apêndices***.

Vale lembrar que esta pesquisa não pretende fazer juízo de valor ou uma avaliação no sentido de exaltar ou menosprezar o trabalho do professor, mas sim analisar e discutir sob um olhar crítico-científico a mobilização dos registros de representação semiótica presentes no objeto matemático função que são privilegiados.

CAPÍTULO I: REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

Nosso objetivo neste capítulo é apresentar o referencial teórico adotado na investigação, a saber, os registros de representação semiótica, direcionados, em especial, ao estudo das funções afim e quadrática. Para tanto, sempre que possível, serão evidenciados exemplos de atividades presentes no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações* com resoluções apresentadas nos cadernos dos alunos, sujeitos da pesquisa.

As pesquisas, por nós analisadas, de Lopes Junior (2006), Mariani (2006), Damm (2010), Delgado (2010), Santos (2011) e Passos (2012) apontam a importância da utilização de diferentes formas de se representar um mesmo objeto matemático, no caso funções. Em vista disso, escolhemos a teoria de Registros de Representação de Raymond Duval (2003, 2009, 2011) que trata da aquisição de conhecimentos matemáticos.

1.1 – REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Com a finalidade de definir semiótica[22], Delgado (2010), afirma que este termo vem do grego *semeiotiké* ou "a arte dos sinais" e é um saber que estuda a maneira como o homem denota o que o rodeia. "É o estudo dos signos, ou seja, das representações das coisas do mundo que estão em nossa mente". O autor afirma ainda que a semiótica auxilia no entendimento de como as pessoas interagem com os objetos, decifram mensagens, pensam e se emocionam. "A semiótica serve para analisar as relações entre uma coisa e seu significado" (DELGADO, 2010, p. 40).

A investigação semiótica, conforme Lopes Junior (2006), compreende todas as áreas de conhecimentos relacionadas com os sistemas de significação ou linguagens, tais como, a biologia (linguagem da vida), a linguística (linguagem do verbo), a matemática (linguagem dos números), entre outras.

[22] "A origem da semiótica pode ser encontrada na filosofia com Platão, que já se preocupava com os signos nos seus diálogos sobre a linguagem" (LOPES JUNIOR, 2006, p. 37).

No entanto, em relação a palavra “representação”, Duval (1993 *apud* SANTOS, 2011), descreve que:

> Ela é muito frequentemente empregada sob sua forma verbal “representar” uma escrita, uma notação, um símbolo representando um objeto matemático: um número, uma função, um vetor, ... Até mesmo os traçados e as figuras representando os objetos matemáticos não devem jamais ser confundidos com apresentação que lhes é feita. Com efeito, toda confusão ocasiona, em maior ou menor termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis fora de seu contexto de aprendizado: seja por não chamamento, seja porque existem como representações “inertes” não sugerindo nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é então um ponto estratégico para a compreensão da matemática (p. 5).

Com base nas considerações nesta última citação, podemos vislumbrar que, no ensino de Matemática, a falta de distinção por parte dos alunos de um objeto matemático e de suas diferentes representações pode levar à falta de mobilização dos conhecimentos aprendidos anteriormente, o que por consequência os tornam inúteis. É importante deixar claro para os discentes que o objeto matemático é o representado – abstrato – enquanto sua representação é o representante – o que é utilizado para trabalhar com o objeto ou comunicá-lo.

Como a noção de representação é muito geral, foram estabelecidas três possibilidades para tal noção: as representações mentais, as computacionais e as semióticas, conforme Damm (2010):

- Representações mentais, segundo Piaget[23], são representações internas e conscientes do sujeito, referem-se as crenças, as explicações e as concepções de fenômenos físicos e naturais, ocorrendo no nível do pensamento e têm por função a objetivação (expressão particular), independente da comunicação (expressão para o outro);
- Representações computacionais, têm a função de tratamento, são representações internas e não conscientes do sujeito, geralmente o sujeito as realiza sem pensar em todos os passos necessários para sua realização. Esta, não pode ser completada pelas representações mentais;
- Representações semióticas são externas e conscientes do sujeito, são relativas a um sistema particular de signos como os sistemas de escrita: numérica

[23] “Os primeiros estudos foram realizados no ano de 1924 por Piaget em sua obra: A representação do mundo na infância” (LOPES JUNIOR, 2006, p. 39).

(fracionária, decimal), algébrica, língua natural, entre outros. Essas representações, de maneira indissociável, realizam uma função de objetivação e uma de expressão, realizam, também, de forma intencional uma função de tratamento, fundamental para a aprendizagem humana (DAMM, 2010).

Deste modo, as representações semióticas desempenham um papel essencial no desenvolvimento das representações mentais, visto que estas dependem de uma interiorização de representações semióticas na realização de diferentes funções cognitivas, ou seja, a função de objetivação, comunicação e tratamento na produção de conhecimentos. (DUVAL, 2003).

Para Duval (2003), a Matemática é uma área do conhecimento constituída por objetos abstratos e, dessa forma, não são diretamente acessíveis pela percepção, necessitando para sua compreensão do uso de uma representação. Para isso, o sujeito constrói o conhecimento em sua mente a partir de um processo mental. Assim, a representação de signos, símbolos, tabelas, gráficos e outros – representação semiótica – devem promover a comunicação entre os sujeitos envolvidos num processo de ensino/aprendizagem. Segundo Duval (1993, p. 39 *apud* SANTOS, 2011) representações semióticas são:

> (...) produções constituídas pelo emprego de signos [sinais] pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes. Considerando-se geralmente as representações semióticas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, ou seja, para deixá-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, esse ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para a atividade cognitiva do pensamento (p. 5-6).

Dessa maneira, de acordo com Duval (2003, 2009, 2011), a diferença entre a atividade cognitiva exigida pela matemática, inclusive no ensino de funções, e aquela exigida em outras áreas do conhecimento como na Geografia, Física, Química e Biologia, por exemplo, não deve ser procurada nos conceitos, mas no fato de que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos; isto é, por serem abstratos, eles dependem das representações semióticas, para comunicação e realização das funções de objetivação e de tratamento.

Duval (2003, 2009, 2011) afirma ainda que na Matemática encontra-se a maior quantidade de representações semióticas. Algumas destas podem ser encontradas em diferentes áreas do conhecimento como, por exemplo, a linguagem natural. Já outras, como a linguagem algébrica e as notações, são específicas do domínio matemático. Assim sendo, em decorrência do número significativo de registros para um mesmo objeto matemático, a apreensão do conceito, das propriedades e das relações que o envolvem tornam-se mais complexas.

Duval (2003) chama de *semiósis* a apreensão ou produção de uma representação semiótica e *noésis*, os atos cognitivos, como a apreensão conceitual de um objeto. Dessa maneira, para o autor, para a apreensão de um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representação) e, dessa forma, não há *noésis* sem *semiósis*.

Logo, quanto maior for sua capacidade de articular diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, maior será o seu entendimento sobre o objeto. Por outro lado, o fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo função na representação algébrica ou qualquer outra representação (*semiósis*) não garante que ele tenha adquirido o conceito de função (*noésis*).

1.2 – REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Ao longo da educação básica, muitos conceitos relacionados às ciências dependem da linguagem matemática e a aplicação e memorização de fórmulas matemáticas não garantem que o aluno tenha efetivamente adquirido tais conceitos. Visto que, por muitas vezes, esse tipo de abordagem caracteriza uma aprendizagem mecânica, comprometendo o verdadeiro significado do objeto de estudo.

Nessa perspectiva, Duval (2003, 2009, 2011) organizou a teoria dos registros de representação semiótica, considerando diferentes sistemas semióticos que produzem as representações matemáticas e procurou determinar o funcionamento cognitivo implicado na atividade matemática. Desse modo, é possível explicar os problemas que surgem na compreensão dos seus processos e na sua aprendizagem, no que tange a maneira de raciocinar, abstrair e visualizar, chamando a atenção para a importância do trabalho com as diversas representações semióticas no ensino.

Neste sentido, as representações essenciais ao funcionamento e desenvolvimento do conhecimento matemático são: língua natural, escrita numérica (fracionária, decimal, binária...), escrita algébrica, gráficos cartesianos, entre outras, pois podem ser convertidos em representações equivalentes em outro sistema semiótico. Duval (2003, 2009, 2011) considera os diferentes sistemas semióticos que produzem essas representações, porque eles permitem uma diversificação das representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos.

Ainda, segundo o autor, o funcionamento cognitivo possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos. Entretanto, os registros são empregados em uma perspectiva de aquisição de conhecimento, sob o ponto de vista dos sistemas produtores de representação e não do lado do objeto, uma vez que nem todo sistema de signos existente constitui um registro.

Duval (2003, 2009, 2011) faz uso do termo registro de representação semiótica, para mencionar os diferentes tipos de representação semiótica utilizados em matemática. Desse modo, só é considerado um registro de representação, um sistema semiótico que potencialize a comunicação, a objetivação e o tratamento; além disso, que possa ser transformado em outros sistemas semióticos, o que não acontece com os códigos. A função destes é somente de comunicação e não há a possibilidade de transformá-los em outros elementos sem perder a caracterização do objeto. Isso fica claro se analisarmos, por exemplo,

> (...) as placas de trânsito das estradas são significantes (triângulo → perigo, vermelho → proibição, ...) e não podem se caracterizar como um registro no sentido de Duval, já que não existe possibilidade de transformar um elemento em outro, diferente do que ocorre com todo elemento de um registro, que pode transformar-se em outra representação no mesmo registro (tratamento) ou em uma representação de outro registro (conversão) (MARIANI, 2006, p. 10).

De acordo com o tratamento do sistema semiótico, o registro de representação de um objeto matemático pode assumir diferentes formas. Desse modo, segundo Damm (2010), se faz necessário o professor ter pleno conhecimento e clareza sobre o objeto matemático que irá desenvolver em classe, para saber escolher quais registros de representação ensinará o tal objeto. Isso por dois motivos: a "maneira didática/metodológica", na qual o docente busca a conceitualização utilizando-se dos diferentes registros de representação semiótica, embora que o essencial seja a maneira como esses registros são utilizados; e o outro motivo, refere-se a "quanto maior for a mobilidade com *registros de representação diferentes* do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto" (DAMM, 2010, p. 177, grifo da autora).

É importante destacar que Duval (2003, 2009, 2011) deixa claro que para uma representação funcionar verdadeiramente como tal, é preciso duas condições: que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que eles possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações possíveis.

Dessa forma, diante da diversidade de registros de representação semiótica, Duval (2003, 2009) classificou-os em registros multifuncionais (não algoritmizáveis) e registros monofuncionais (algoritmizáveis) e em representação discursiva e não discursiva.

Nos registros multifuncionais as representações discursivas caracterizam-se por apresentar os objetos matemáticos através da língua natural, das associações verbais (conceituais) e através de teoremas ou definições. Já nos registros monofuncionais, essas representações são definidas através dos cálculos e dos sistemas de escritas: numéricas, algébricas, simbólicas.

Por outro lado, as representações não discursivas permitem visualizar conceitos e propriedades nos gráficos cartesianos (nos registros monofuncionais) e nas figuras geométricas (nos registros multifuncionais).

Vale ressaltar que nas representações não discursivas, temos os registros figural, geométrico e gráfico. Enquanto, o registro figural exibe uma imagem, por meio de figuras, respeitando "a maneira de "ver" que elas necessitam para que sejamos capazes de utilizá-las na resolução de um problema", o registro geométrico possibilita o reconhecimento e a aplicação de propriedades geométricas (DUVAL, 2011, p. 85).

Para melhor compreender essa classificação apresentamos no Quadro 02 um resumo dessa classificação:

Quadro 2: Classificação dos diferentes registros.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS (não algoritmizáveis)	**Língua Natural** Associações Verbais (conceituais) Forma de racionar: ✓ Argumentos a partir de crenças, de observações; ✓ Dedução válida a partir de definições ou teoremas.	**Figuras geométricas planas ou em perspectivas** (configurações em 0, 1, 2 ou 3). ✓ Apreensão operatória e não somente perceptiva; ✓ Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (algoritmizáveis)	**Sistemas de escritas:** ✓ Numéricas (binária, decimal, fracionária, ...); ✓ Algébricas; ✓ Simbólicas (línguas formais). ✓ Cálculo.	**Gráficos cartesianos:** ✓ Mudanças de coordenadas; ✓ Interpolação, extrapolação.

Fonte: De nossa autoria, baseado em Duval (2003, 2011).

Destacamos ainda que os registros discursivos permitem descrever, explicitar, calcular, raciocinar e inferir nos registros da língua natural ou sistemas de escritas. Por outro lado, os não discursivos admitem informações bem características das representações que envolvem formas ou configurações de formas, mas limitadas em relações às representações discursivas.

Os registros multifuncionais, utilizados em todas as áreas do conhecimento, são espontâneos, comuns a uma determinada cultura e podem ser aprendidos fora da escola. Já os monofuncionais são formais, especializados, aprendidos em matemática ao solicitar cálculos e gráficos.

Conforme Duval (2003, 2009, 2011), a aquisição do conhecimento matemático, essencial pela sua universalidade a outras ciências, só ocorre quando são mobilizados e coordenados dois registros de representação semiótica distintos para um mesmo objeto matemático. O autor afirma que, não é possível separar os diversos registros de representação semiótica da função cognitiva do pensamento humano.

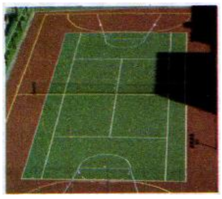
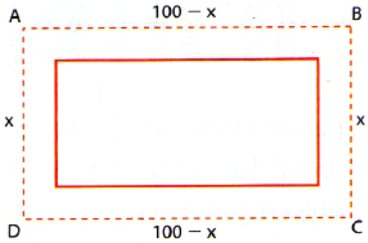
Vale ressaltar que é necessária a produção ou apreensão de diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático para chegar à sua conceituação e não confundi-lo com sua representação, caracterizando assim a forte ligação entre *semiósis* (representação) e *noésis* (conceitualização).

1.3- REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS NA FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA.

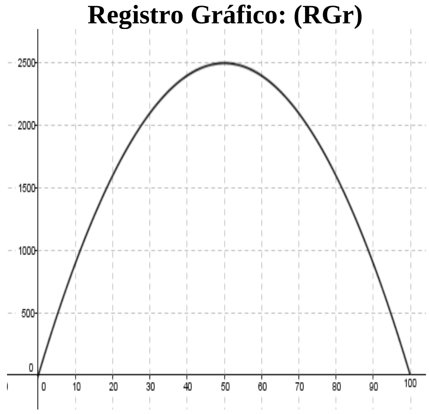
Levando em consideração os diferentes tipos de registros de representação utilizados na Matemática, adotamos nesta pesquisa oito deles: língua natural, os sistemas de escritas (numérico, algébrico, simbólico e tabular), geométrico, figural e gráfico, de acordo com a seguinte terminologia: Registro Algébrico (RAl), Registro Numérico (RNm), Registro em Língua Natural (RLN), Registro Gráfico (RGr), Registro Geométrico (RGe), Registro Figural (RFg), Registro Tabular (RTb) e Registro Simbólico (RSb) com a competência de mobilizar tratamento (T) ou conversão (C), nas transformações semióticas.

Na perspectiva de apresentar e para melhor exemplificar os diversos registros de representação semiótica mobilizados no ensino de função, explicitamos (Quadro 03) a classificação estabelecida por Duval (2003, 2011), como segue:

Quadro 3: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no ensino de função.

<table>
<tr><th colspan="4">Registros de Representação Semiótica e a Função</th></tr>
<tr><th></th><th colspan="2">Representações Discursivas</th><th>Representações Não Discursivas</th></tr>
<tr>
<td>Registros Multifuncionais: Os tratamentos não são algoritmizáveis.</td>
<td colspan="2">Registro na Língua Natural (RLN)
Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra de basquete retangular. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível.</td>
<td>Registro Figural (RFg)

Registro Geométrico: (RGe)

</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Registros Monofuncionais: Os tratamentos são principalmente algoritmos.</td>
<td colspan="2">Registro Algébrico (RAl)
$f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$
$f(x) = (100 - x) \cdot x$
$f(x) = 100x - x^2$
$f(x) = -x^2 + 100x$

Registro Numérico (RNm)
Dimensão do terreno (abscissa do vértice):
$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2 \cdot (-1)} = \frac{-100}{-2} = 50$

Área máxima (ordenada do vértice):
$f(50) = -50^2 + 100 \cdot 50 = -2500 + 5000 = 2500$</td>
<td rowspan="2">Registro Gráfico: (RGr)

</td>
</tr>
<tr>
<td>Registro Simbólico (RSb)
$\{(0;\ 0)(1;\ 99)(2;\ 196)\cdots\}$
$f(0) = 0$
$f(1) = 99$
$f(2) = 196$
$\ldots$
$\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 100\}$</td>
<td>Registro Tabular (RTb)
<table><tr><th>X</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>99</td></tr><tr><td>2</td><td>196</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td></tr></table></td>
</tr>
</table>

Fonte: De nossa autoria baseado em Duval (2003, 2011) e Dante (2010).

Neste Quadro 03, temos uma função quadrática representada de oito (8) formas diferentes: língua natural, algébrica, numérica, simbólica, tabular, figural, geométrica e gráfica. O fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo função em qualquer uma dessas representações (*semiósis*) não garante que ele apresente o conceito de função (*noésis*). Ou seja, não significa que ele tenha compreendido a necessidade de uma correspondência (unívoca) no sentido de *x* para *f(x)*, visto que não é possível que um terreno de uma certa dimensão, obtenha duas áreas diferentes.

Os registros de representação de cada objeto matemático, do ponto de vista cognitivo, são parciais em relação a ele. Dessa forma, para ocorrer a *noésis* é necessário integrar todos os registros de representação significativos com suas especificidades próprias. Por exemplo, no caso da atividade do Quadro 03, para expressar a correspondência dos dois conjuntos de números, a representação tabular de resultados particulares não potencializa a generalidade conveniente, o que evidencia a parcialidade desse registro.

Um aspecto que demonstra o caráter paradoxal da atividade matemática, segundo Duval (2003), é o fato de que um objeto matemático não pode ser confundido com seu registro de representação. No entanto, se o acesso a um objeto matemático ocorre por representações semióticas, como não confundir ele com o seu registro de representação? O autor afirma que apenas os alunos que conseguem realizar mudanças de registros de representação não confundem o objeto com sua representação. Pois, o trabalho com um objeto matemático em um único registro de representação leva ao fechamento deste para os alunos, tornando difícil o reconhecimento dos mesmos objetos em representações semióticas diferentes, assim como, a transferência dos conhecimentos em outros contextos diferentes daqueles do ensino. Por exemplo, $f(x) = -x^2 + 100x$ é uma representação da função quadrática e não o objeto matemático.

No entanto, para que um sistema semiótico seja considerado um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas ligadas a *semiósis*:

- ✓ **A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado**: estabelecida na elaboração de um enunciado compreensível numa determinada língua natural, na composição de um texto ou de um esquema, na construção de um gráfico ou de uma figura geométrica. Tal formação se faz em função de unidades e regras que são próprias do registro semiótico que a representação é produzida. Essas regras já estão estabelecidas na sociedade, não sendo competências do sujeito criá-las, mas sim utilizá-las para reconhecer as representações.

- ✓ O **tratamento** de uma representação é a transformação permanecendo no mesmo registro que foi formada. Nem todo tratamento pode ser efetuado em qualquer registro e cada registro favorece um tipo de tratamento. No estudo da função, são exemplos de tratamento: completar uma figura usando critérios de simetria; resolver um cálculo permanecendo no mesmo sistema de escrita numérica ou uma equação numérica (ver Figura 01).

Figura 1: Atividade que exemplifica tratamento RAl.

Registro Algébrico (RAl)
$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ $f(x) = (100 - x) \cdot x$ $f(x) = 100x - x^2$ $f(x) = -x^2 + 100x$

Fonte: De nossa autoria.

Nesta figura, o RAl passou por transformações de tratamento que são internas ao sistema representacional de origem, uma vez que a expressão $f(x) = (100 - x) \cdot x$ foi simplificada para $f(x) = -x^2 + 100x$ por meio do emprego da propriedade distributiva da multiplicação em relação a subtração.

Assim, os tratamentos não estão relacionados ao conteúdo do objeto matemático e sim à forma. Nessa perspectiva, por exemplo, quando um aluno trabalha no RSb a partir da escrita numérica, um tratamento pode ser realizado na forma racional $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 100 \cdot \frac{1}{2}$ ou na forma decimal $f(0{,}5) = -(0{,}5)^2 + 100 \cdot 0{,}5$, o que não significa ter o mesmo empenho cognitivo, ou ainda, esse aluno pode não reconhecer que ambas as representações correspondem ao mesmo objeto matemático.

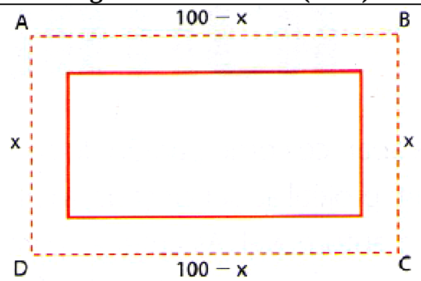
Portanto, para Duval (2003), o tratamento deve ser pensado, levando-se em conta a contenção dos procedimentos e a limitação que cada registro impõe aos tratamentos e a sua conceitualização. Estas, para o autor, são fundamentais para a compreensão de um determinado registro de representação semiótica.

✓ A **conversão** de uma representação é uma transformação com mudança de sistema, porém conservando a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial. É importante salientar que converter implica em coordenar registros mobilizados. Os alunos têm muitas dificuldades de realizar tal transformação, porque a mudança de registros prevê o reconhecimento do mesmo objeto em duas representações cujas propriedades destacadas são distintas. Por exemplo, no caso da função polinomial do segundo grau, a expressão algébrica nem sempre deixa evidente as coordenadas do vértice, enquanto o gráfico sim. Pela manipulação pura e simples da expressão algébrica, podemos não "enxergar" que o gráfico tem um formato parecido com o de uma parábola, porém o gráfico dá essa ideia.

Vale destacar que um sujeito só aprende a fazer conversão se for "estimulado a aprender" as regras que permitem fazer tal passagem. Assim, a representação do objeto no registro de chegada não terá o mesmo significado que a representação no registro de partida.

Dentro do estudo de funções podemos exemplificar conversão: passar da forma algébrica à sua representação gráfica (RAl→RGr) ou ao contrário (RGr→RAl); da algébrica para numérica (RAl→RNm) ou simbólica (RAl→RSb); da simbólica para tabular (RSb→RTb); da tabular para a representação gráfica (RTb→RGr); da língua natural para geométrica (RLN→RGe) – ver Quadro 04, entre outras.

Quadro 4: Atividade que exemplifica conversão RLN→RGe.

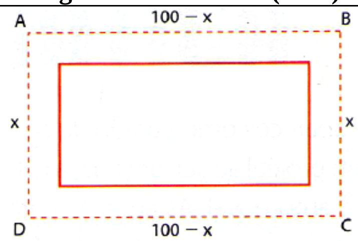
Registro na Língua Natural (RLN)	**Registro Geométrico (RGe)**
Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra de basquete retangular. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível, bem como o tamanho desta área.	

Fonte: De nossa autoria.

Como a conversão é aliada à mobilização de conceitos próprios a cada sistema representacional, na conversão supracitada (RLN→RGe), os termos retângulo, área, dimensões e cercar (dando ideia de perímetro) foram empregados para construir tais representações.

Para solucionar o problema proposto (Quadro 03) também podemos perceber a transformação de conversão que parte do RGe, por meio da generalização da fórmula geral da área de um retângulo, em direção ao RAl, revelando uma relação funcional, ou seja, RGe→RAl, como o exposto na Quadro 05.

Quadro 5: Atividade que exemplifica conversão RGe RAl.

Registro Geométrico (RGe)	**Registro Algébrico (RAl)**
	$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ $f(x) = (100 - x) \cdot x$

Fonte: De nossa autoria.

Assim verificamos que essas transformações de representações (Quadro 04 e 05) consistem na mobilização de diferentes registros, porém conservando o mesmo objeto matemático: função quadrática.

De acordo com Duval (2003) "A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação". (DUVAL, 2003, p.14). Dessa forma, o autor conclui que, em uma atividade, um registro pode aparecer privilegiado, mas sempre deve existir a possibilidade da conversão de um registro a outro, assim, pode-se presumir que a compreensão em matemática depende da coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica.

Desse modo, ao realizar uma atividade de conversão, é imprescindível observar dois tipos de fenômenos característicos nas representações:

1. *As variações de congruência e de não-congruência* ocorrem por meio da comparação entre a representação inicial (no registro de partida) e final (no registro de chegada). Daí:

- Ocorre a *congruência* quando há correspondência termo a termo entre os dois registros, ou seja, quando a representação terminal transparece de certa forma na representação de partida e a conversão se assemelha a uma situação de simples codificação (ver Figura 02).

Figura 2: Atividade que exemplifica conversão na variação de congruência.

Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Sendo *n* o número de unidades produzidas, qual o custo total *C* de n peças? $C = 8 + 0{,}5n$

Fonte: De nossa autoria baseado em Dante (2010).

Na Figura 02, tanto o registro de partida (RLN) como o de chegada (RAl) apresentaram as mesmas características, pois ao compará-los revela-se absolutamente o mesmo objeto matemático: função afim (DUVAL, 2003).

- Ocorre a *não-congruência* quando há necessidade de reorganização da expressão do registro de partida para se obter a expressão correspondente no registro de chegada, havendo assim, certo bloqueio ou confusão para passagem de um registro a outro. Isto é, a representação final não transparece claramente na representação de saída, já que os conteúdos são entendidos como objetos muito diferentes (ver Figura 03).

Figura 3: Atividade que exemplifica conversão na variação de não-congruência.

No plano cartesiano os quadrantes impares são formados pelo conjunto dos pontos cuja abscissa e cuja ordenada têm o mesmo sinal. Represente algebricamente esse conjunto.
$x \cdot y > 0$
O produto da abscissa e da ordenada é maior que zero

Fonte: De nossa autoria com base em Duval (2003).

Por outro lado, a Figura 03 traz um problema em que realiza uma conversão não-congruente, visto que tanto o sinal da abscissa com o da ordenada expresso no RLN não transparece no RAl da representação terminal, expressão $x \cdot y > 0$. Desse modo, os alunos podem não reconhecer o objeto, ao articularem os diferentes tipos de registros, o que ocasiona dificuldades na compreensão do conceito envolvido.

2. *a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão:* refere-se à necessidade de realizar a variação de sentidos nas conversões, isto é, partir de um registro para outro e realizar outra atividade matemática que requeira um sentido de volta entre os registros. Dessa forma, quando há uma inversão entre o registro de partida e o de chegada pode conduzir a variações consideráveis de acerto. Assim, trabalhar num só sentido de conversão não garante que o indivíduo compreenda o outro sentido. Dessa maneira, a conversão não se reduz a uma sequência de procedimentos – uma codificação – geralmente algoritmizados, que aplica análises pontuais sobre cada sistema de representação.

Retomando o exemplo do Quadro 03, o RGr representa o modelo das possíveis áreas da quadra de basquete (ordenadas) com suas respectivas dimensões (abscissas). No entanto, foi realizada a conversão RAl→RGr e se considerarmos essa construção simplesmente pela substituição dos valores, determinando os pares ordenados na função, por meio do RTb, estaremos diante de uma resolução pontual, que não promove a apreensão global dos conceitos, propriedades e características próprias da representação gráfica. No entanto, de acordo com Mariani (2006),

> A complexidade deste tipo de conversão está no fato de nem sempre essa leitura pontual ser suficiente para obter a equação correspondente ao gráfico. Independente do sentido, estas conversões possuem um cunho quantitativo e não permitem a coordenação desses dois registros de representação, simbólico (algébrico) e gráfico. (MARIANI, 2006, P. 18)

Por outro lado, a conversão entre os registros gráfico e algébrico ocorre por meio de uma apreensão global quando são identificadas as variáveis visuais pertinentes. Isto é, quando são interpretadas as implicações dos valores escalares pertinentes aos RAl nas representações gráficas assim como, os valores visuais RGr no RAl. Por essa razão, Duval

(2003) defende que estas variáveis visuais pertinentes são de suma importância ao processo de ensino-aprendizagem das representações gráficas.

Daí, para realizar a conversão RAl→RGr ou RGr→RAl é necessário identificar a maior quantidade possível de variáveis visuais pertinentes, bem como suas formas de apresentação e seus diferentes significados para determinar o que implica cada variável escalar (ou símbolo) do RAl no RGr e vice-versa (Duval 2003).

Esse autor indica que as variáveis visuais no RAl podem ser notadas, por exemplo, nos símbolos: de operações ou sinais (+, -, ...); de relações (<, >, =, ...); de expoentes; de variáveis; de coeficientes e constantes.

Dessa forma, podemos considerar, por exemplo, a relação entre variáveis visuais pertinentes na função afim e quadrática:

- do sinal do coeficiente angular com a inclinação da reta (do sinal do coeficiente de x^2 no registro algébrico da função quadrática com a concavidade da parábola – voltada para cima ou para baixo);
- do coeficiente angular, na função afim, com o ângulo formado pela reta e o eixo das abscissas;
- do termo independente com o ponto em que a reta (ou parábola) intercepta o eixo das ordenadas;
- o maior expoente das funções polinomiais com a representação gráfica de uma reta ou parábola.

Assim sendo, a coordenação de registros de representação deve ser realizada nas conversões com suas variáveis cognitivas e não nos tratamentos. De acordo com este ponto de vista, Duval (1996 *apud* MARIANI, 2006) conclui que:

> Tal abordagem ultrapassa o simples domínio das representações gráficas e não se limita apenas ao registro das representações gráficas, ela concerne à compreensão do procedimento matemático, e mais geralmente de um procedimento intelectual. Esta compreensão exige não somente que não se confunda um objeto e sua representação, mas também que se possa facilmente mudar o registro de representação (p. 20).

Com base em tudo isso, retomando o exemplo do Quadro 03, dentre as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica podemos destacar que:

- os pares ordenados do RGr não possuem o mesmo coeficiente de inclinação, ou seja, $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \neq \frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}$. Logo, o RAl não é de uma função afim;

- a linha curva representa uma parábola, caracterizando assim uma função quadrática;
- a representação gráfica, parte da origem do sistema de eixos cartesianos. Dessa forma, o termo independente é igual a zero;
- a concavidade da parábola é voltada para baixo, revelando que o coeficiente de x^2 é negativo $(a < 0)$;
- a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, daí o coeficiente de x é positivo $(b > 0)$.

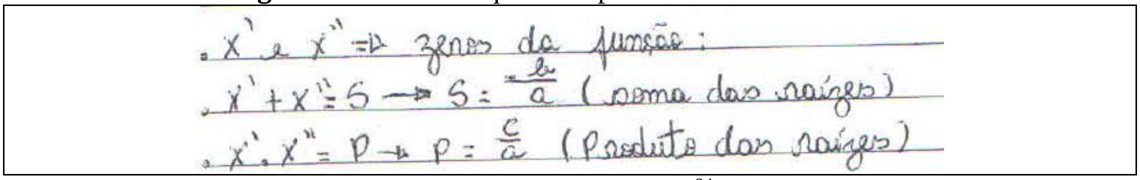
Diante da mobilização dessas variáveis, é possível afirmar que a conversão do RGr→RAl ocorreu por meio de uma apreensão global dos conceitos expressos pelo registro gráfico. Isto reduziu a quantidade de cálculos provando as "qualidades visuais" e não apenas pares ordenados tratados de modo isolado (DUVAL, 2011).

A partir desse exemplo, podemos justificar a potencialidade e a relevância dos registros de representação semiótica bem como, das conversões e alertar para o fato de que a aprendizagem matemática não deve ocorrer por meio da mobilização de uma única representação do objeto em estudo, causando o enclausuramento de registros. Este, segundo Duval (2003),

> (...) impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem. (DUVAL, 2003, p. 21).

Juntamente com as orientações da teoria dos registros de representação semiótica, a partir da análise das fotocópias dos cadernos dos sujeitos de nossa pesquisa, observamos os registros mobilizados e notamos que nem sempre os conteúdos matemáticos são abordados de modo a valorizar as conversões. Por exemplo, nos cadernos dos alunos, para explorar o estudo dos zeros da função quadrática foi utilizada, apenas, a regra prática da soma e do produto das raízes das equações do 2º grau para obtê-los (Figura 04). A forma como os registros se apresentam, seja no livro didático ou no caderno, quando o aluno, muitas vezes, copia do quadro o que foi escrito pelo professor, ou quando o estudante organiza uma "regra" para resolver determinadas questões, torna implícitos alguns conceitos ou estrutura do objeto matemático em questão, deixando de favorecer sua compreensão nesta atividade matemática.

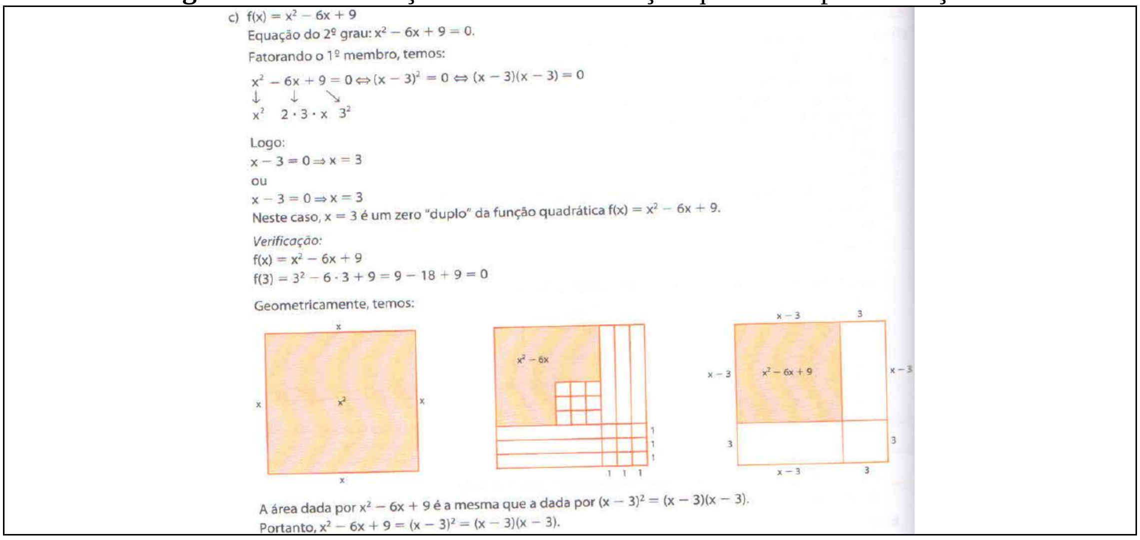
Figura 4: Atividade que exemplifica o enclausuramento.


. x' e x'' ⇒ zeros da função:
. $x' + x'' = S \rightarrow S = \frac{-b}{a}$ (soma das raízes)
. $x' . x'' = P \rightarrow P = \frac{c}{a}$ (Produto das raízes)

Fonte: Dante (2010, p. 154) conteúdo do caderno do CadernoB1[24].

Uma alternativa para reverter esse quadro, poderia ocorrer por meio da mobilização do RGe, como indica o livro didático adotado pelo professor participante da pesquisa (Figura 05).

Figura 5: Determinação dos zeros da função quadrática por fatoração.


c) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

Equação do 2º grau: $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Fatorando o 1º membro, temos:

$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-3) = 0$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \searrow$

$x^2 \quad 2 \cdot 3 \cdot x \quad 3^2$

Logo:

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

ou

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Neste caso, $x = 3$ é um zero "duplo" da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 9$.

Verificação:

$f(x) = x^2 - 6x + 9$

$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$

Geometricamente, temos:

A área dada por $x^2 - 6x + 9$ é a mesma que a dada por $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$.

Portanto, $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 = (x-3)(x-3)$.

Fonte: Dante (2010, p. 156).

Vale ressaltar que não idealizamos que o LD deva ser a única ferramenta de subsídio ao planejamento e execução das orientações didáticos do professor. Contudo, não podemos desconhecer a importância desse recurso. “O LD é tido por muitos docentes como principal, se não o único instrumento de apoio pedagógico em sala de aula” (PASSOS, 2012, p. 38).

Para Santos (2007 *apud* PASSOS, 2012), o LD ainda é um recurso poderoso no processo de ensino e aprendizagem, que geralmente determina o que será ensinado na escola. Apesar disso, observamos que o professor ainda restringe as suas escolhas diante da proposta do LD adotado e nem sempre a orientação dada ao aluno valoriza as distintas representações do mesmo objeto matemático. Com base nesse referencial teórico realizamos, no capítulo 2, a análise do livro didático e das fotocópias dos cadernos dos alunos.

---

[24]No capítulo 2.1 está exposta a análise do LD e no 2.2 está apresentada a apreciação dos cadernos dos alunos, bem como, os critérios para a codificação detalhada do CadernoB2.

CAPÍTULO II: OS REGISTROS NO LIVRO DIDÁTICO *MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES* E NOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 1º ANO DO CODAP/UFS

Tanto a análise do livro didático *Matemática: contexto & aplicações* (DANTE, 2010) do 1º ano do ensino médio, adotado para as duas turmas dessa mesma série do CODAP no ano letivo de 2012 quanto dos cadernos de quatro (04) alunos que compõem essas classes, foi organizada em seus três polos cronológicos: a pré-análise; a exploração do material; e, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação (BARDIN, 2010).

2.1. ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO *MATEMÁTICA: CONTEXTO E APLICAÇÕES* DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Além das orientações da pesquisa qualitativa, a análise do LD considerou os princípios da análise de conteúdo, elaborada por Bardin (2010), que prevê a análise de documentos por meio de uma organização composta por três polos cronológicos, a saber: a pré-análise; a exploração do material; e, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

2.1.1. PRÉ-ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

Com o objetivo de operacionalizar e de sistematizar as ideias iniciais, a pré-análise é a etapa da organização, da escolha dos documentos a serem submetidos à análise, da formulação de hipóteses e dos objetivos, além da elaboração de indicadores que motivam a interpretação (BARDIN, 2010).

Para constituir essa fase, contatamos a equipe diretiva do CODAP/UFS para identificar o livro didático adotado no 1º ano do ensino médio e constatamos, como foi mencionado anteriormente, que as duas turmas participantes da pesquisa utilizam a obra *Matemática: contexto e aplicações*, de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado pela editora Ática, ISBN[25] 978 85 08 12910-2, 2010.

[25] "O ISBN - International Standard Book Number - é um sistema internacional padronizado que identifica numericamente os livros segundo o título, o autor, o país, a editora, individualizando-os inclusive por edição. Utilizado também para identificar software, seu sistema numérico é convertido em código de barras, o que elimina barreiras linguísticas e facilita a circulação e comercialização das obras" (BIBLIOTECA NACIONAL).

Conforme o Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLDEM/2012), que serve de suporte para a escolha do livro adotado nas escolas públicas de todo o país (BRASIL, 2012), essa coleção, de um modo geral, apresenta uma boa conexão entre os vários campos da Matemática e entre outras áreas do conhecimento e articula os conhecimentos recém-adquiridos com os já abordados. Por outro lado, há um excesso de conteúdos e de atividades, um "exagero em procedimentos e no uso de terminologias" (BRASIL, 2012, p. 61). Boa parte das atividades e situações-problema são seguidas de um enfoque técnico ou teórico, o que pode tornar a abordagem dos conteúdos desinteressante ou de difícil entendimento.

O livro já mencionado é composto por doze (12) capítulos[26], distribuídos em 504 páginas. Na abertura dos capítulos encontram-se informações gerais sobre o assunto que será abordado, com o intuito de preparar o aluno e despertar o interesse sobre o tema. "Em seguida, vêm as explicações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e entremeadas por Exercícios Propostos" (BRASIL, 2012, p. 61).

Além dos exercícios propostos, Brasil (2012, p. 61 e 62) afirma que alguns capítulos apresentam algumas seções, a saber:

- *Tim-tim por Tim-tim,* exemplos comentados, explicitando detalhadamente as fases da resolução de um problema;
- *A Matemática e as práticas sociais*, com situações-problema relacionados à participação do cidadão na sociedade;
- *Atividades adicionais,* composta por questões de vestibulares de todas as regiões do país.

Cabe ainda destacar que, após todos os capítulos e antes das *Respostas* das atividades, encontra-se: *Questões do Enem; Glossário*, que apresenta um resumo de conceitos expostos no decorrer do livro, com exemplos que caracterizam melhor tais definições; *Sugestões de leituras complementares; Significado das siglas de vestibulares* e *Referências bibliográficas*, utilizadas para elaboração desse LD (BRASIL, 2012, p. 61 e 62).

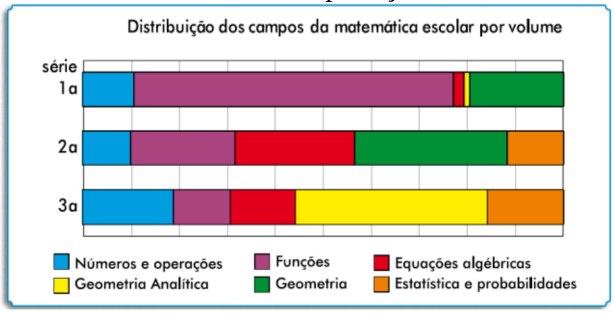
A fim de realizar uma análise da abordagem dos conteúdos, o PNLDEM/2012 dividiu os tópicos da Matemática do Ensino Médio em seis (6) campos: Números e

[26] Segue intitulações dos capítulos: 1 – Revisão: produtos notáveis e fatoração; 2 – Conjuntos e conjuntos numéricos; 3 – Funções; 4 – Função afim; 5 – Função quadrática; 6 – Função modular; 7 – Função exponencial; 8 – Logaritmo e função logarítmica; 9 – Progressões; 10 – Matemática financeira; 11 – Trigonometria no triângulo retângulo e 12 – Geometria plana.

operações; Funções; Equações algébricas; Geometria analítica; Geometria; Estatística e probabilidades[27]. Vale ressaltar que essa divisão se distingue do que propõe os PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais ao classificar em temas: Álgebra: números e funções; Geometria e medidas; Análise de dados (BRASIL, 2002).

A Figura 06 mostra a distribuição percentual desses campos da matemática no Guia de Livros Didáticos – PNLDEM/2012 em relação ao LD "*Matemática: contexto & aplicações*" nos três anos do ensino médio, indicando como e quais são os conceitos matemáticos trabalhados em cada ano.

Figura 6: Distribuição dos campos da Matemática escolar por volume do livro *Matemática – Contexto & Aplicações.*



Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLDEM/2012 (BRASIL, 2012, p. 64).

Este gráfico, segundo Brasil (2012), revela que embora haja algumas citações do objeto matemático função no 2º e 3º ano existe uma atenção excessiva ao campo no livro da 1ª série, praticamente 70% das 504 páginas do volume. Dentre outras razões, tal excesso decorre:

> (...) de um tratamento fragmentado e repetitivo, com estudo de muitos casos particulares. Além do mais, a concentração leva a que, em praticamente todas as obras, sejam excluídos os conteúdos relativos a outros campos. (BRASIL, 2012, p. 20).

Ainda de acordo com Brasil (2012), antes da sistematização do assunto, são apresentados problemas contextualizados de função. Foi observado ainda que embora o

[27] O campo de números e operações inclui os tópicos: conjuntos; conjuntos numéricos; números reais; números e grandezas; números complexos; e análise combinatória. Em funções consideramos: o conceito de função; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; e cálculo diferencial. Em equações algébricas: polinômios; matrizes; determinantes; e sistemas lineares. Em geometria analítica: retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano; vetores; e transformações geométricas. No campo da geometria: geometria plana (incluindo trigonometria); geometria espacial de posição; poliedros; e as grandezas geométricas. Já em estatística e probabilidades estão contidos: o conceito clássico de probabilidade; probabilidade condicional; coleta, organização, representação e interpretação de dados; medidas de posição e de dispersão de um conjunto de dados; e relações entre estatística e probabilidades. (BRASIL, 2012, p. 18-19).

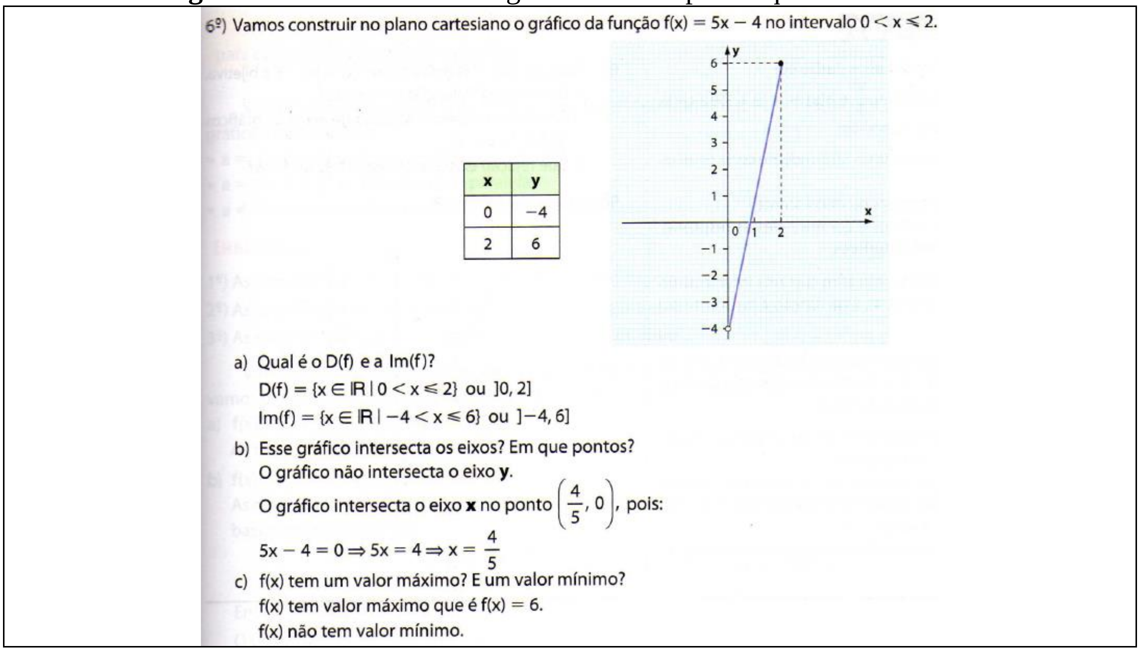
conceito de função tenha sido discutido adequadamente existem algumas falhas em sua explanação, visto que “(...) há uma subdivisão excessiva em casos, o que torna esta apresentação fragmentada” (BRASIL, 2012, p. 64-65).

Diante desses aspectos, dos doze (12) capítulos que compõem esse livro, analisamos os capítulos 04 e 05, intitulados, respectivamente Função afim e Função quadrática, os quais enfatizam os conceitos de nossa pesquisa.

2.1.2. APRECIAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO.

Nesse item, de acordo com Bardin (2010), ocorre a exploração do material. Por conta disso, realizamos uma identificação do quantitativo geral de atividades, computando todos os itens e subitens propostos nos Capítulos 4 e 5 do livro didático, para então selecionar as que mobilizavam a escrita literal, excluindo aquelas que já continham resolução (Figura 07).

Figura 7: Atividade não categorizada: exemplo de questão resolvida.



6º) Vamos construir no plano cartesiano o gráfico da função $f(x) = 5x - 4$ no intervalo $0 < x \leq 2$.

x	y
0	−4
2	6

a) Qual é o D(f) e a Im(f)?
$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 2\}$ ou $]0, 2]$
$Im(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x \leq 6\}$ ou $]-4, 6]$

b) Esse gráfico intersecta os eixos? Em que pontos?
O gráfico não intersecta o eixo **y**.
O gráfico intersecta o eixo **x** no ponto $\left(\frac{4}{5}, 0\right)$, pois:
$5x - 4 = 0 \Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$

c) f(x) tem um valor máximo? E um valor mínimo?
f(x) tem valor máximo que é $f(x) = 6$.
f(x) não tem valor mínimo.

Fonte: Dante (2010, p.127).

Na figura anterior, por serem atividades que contém resolução, não foram categorizadas, mas caso fossem, seriam contabilizadas três (3) atividades, pois, cada subitem seria considerado individualmente. Além desses encaminhamentos, outras questões não foram apreciadas por solicitar ao aluno ações como formule, invente, crie ou elabore, pois, apesar de explorar os registros de representação, não possibilitam categorizar a questão, como por exemplo, a atividade da Figura 08, que requer a elaboração de um problema sem especificar o registro de partida e/ou o de chegada.

Figura 8: Atividade não categorizada: questão elaborada pelo aluno.

24. Formule um problema usando as escalas Fahrenheit e Celsius. Depois, resolva-o.

Fonte: Dante (2010, p.117).

As questões que apresentavam enunciados como: "pesquise", "use suas próprias palavras", "o que você pode observar", "o que você pensa", "em sua opinião", entre outras, também não foram contabilizadas, pois também abordavam respostas abertas (Figura 09).

Figura 9: Atividade não categorizada: Questão que aborda resposta em aberto.

1. Existem modelos de montanha-russa bastante sofisticados: há os mais radicais, os que têm trecho coberto, os que são exageradamente longos. Pesquise esses modelos e identifique neles curvas em forma de parábola.

Fonte: Dante (2010, p.149).

Também não foram categorizadas as atividades de inequações do 1º e 2º grau que não faziam menção ao conceito de função (Figura 10).

Figura 10: Atividade não categorizada: Questões de inequações.

99. Resolva as seguintes inequações do 2º grau:

a) $3x^2 - 10x + 7 < 0$	d) $x^2 - 5x + 10 < 0$	g) $3x^2 + x + 1 > 0$
b) $-2x^2 - x + 1 \leqslant 0$	e) $-4x^2 + 9 \geqslant 0$	h) $-x^2 - 2x + 3 > 0$
c) $x^2 - 10x + 25 > 0$	f) $-x^2 - 8x - 16 < 0$	i) $x^2 - 4x \geqslant 0$

Fonte: Dante (2010, p.185).

De acordo com Brasil (2012) trabalhar equações do 1º e 2º grau de forma isolada não é adequado, visto que

> Desperdiça-se, dessa maneira, a oportunidade de enfeixar estes tópicos como subtópicos de conceitos unificadores. Em particular, não vemos justificativa para separar em dois itens distintos "inequações" e "estudo do sinal de uma função". De fato, para uma dada função real de variável real, $y = f(x)$ "estudar o sinal da função" nada mais é do que "resolver a inequação" $f(x) \leq 0$. Resolver tal inequação equivale a encontrar valores de x para os quais $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$. Isso nos fornece, como consequência, os valores de x, para os quais $f(x) > 0$ (p. 22).

Por outro lado, as questões envolvendo função afim ou quadrática que recaiam em inequações para resolvê-las foram categorizadas, pois são atividades que podem ser categorizadas como de função (Figura 11).

Figura 11: Atividade categorizada: Exemplo de atividades de função que recaem em inequações.

59. Um comerciante teve uma despesa de R$ 230,00 na compra de certa mercadoria. Como vai vender cada unidade por R$ 5,00, o lucro final será dado em função das **x** unidades vendidas. Responda:

a) Qual a lei dessa função **f**?

b) Para que valores de **x** temos $f(x) < 0$? Como pode ser interpretado esse caso?

c) Para que valor de **x** haverá um lucro de R$ 315,00?

d) Para que valores de **x** o lucro será maior que R$ 280,00?

e) Para que valores de **x** o lucro estará entre R$ 100,00 e R$ 180,00?

Fonte: Dante (2010, p.135).

A Figura 11, apresenta um problema que pode ser modelado em uma função afim e foram contabilizadas cinco (5) atividades, sendo que os subitens (b), (d) e (e) remetem às inequações do 1º grau, mas que mobilizam conversão, a saber: (b) RAl→RNm→RLN, (d) e (e) RAl→RNm. Já os subitens (a) e (c), não necessitam do estudo das inequações e mobilizam conversões, respectivamente, RLN→RAl e RAl→RNm.

Entretanto, ao realizar a apreciação do LD, além das seções apresentadas do PNLD (BRASIL, 2012) e mencionadas na etapa da pré-análise, também identificamos outras duas seções, a saber:

- *Atividades*, presente na abertura dos capítulos e composta por questões referentes ao texto com informações gerais sobre o assunto que será abordado, com o intuito de preparar o aluno e despertar o interesse sobre o tema;
- *Desafios em equipe*, com situações-problema de aplicação do conteúdo abordado.

Portanto, em relação ao quantitativo de atividades do livro didático, optamos por contabilizar todas as seções do Capítulo 4 e 5 em dois grandes grupos. O primeiro recebeu a denominação de *Atividades Propostas*, composto pelos blocos Atividade (AT) e Exercícios propostos. Já o segundo foi nomeado de *Atividades Complementares* por reunir as questões disponíveis em Atividades adicionais (AA), A matemática e as práticas sociais (AMPS), Desafio em equipe (ADE) e Tim-tim por tim-tim (ATT).

Cabe frisar que nas *Atividades Propostas* são apresentadas as questões mais elementares, geralmente, acompanhadas por vários subitens, fazendo com que o quantitativo seja sempre maior. Por outro lado, as atividades contempladas nas *Atividades*

Complementares são mais complexas e contextualizadas, além disso, em menor quantidade em comparação às *Atividades Propostas,* por não existir muitos subitens.

Vale ressaltar que todos os tipos de atividades não categorizadas, supracitadas nessa apreciação do LD, foram contabilizadas como exercícios resolvidos, em suas respectivas seções.

Nesse processo, verificamos que das duas mil oitocentos e quarenta e cinco (2845) atividades propostas no livro didático, quinhentas e oitenta e cinco (585), aproximadamente 20,6%, estão presentes nos capítulos que fazem parte desse estudo (capítulo 4 e 5) e quatrocentos e noventa e nove (499) são elementos desta pesquisa, pois tratam-se de atividades envolvendo função afim ou quadrática e fazem parte das questões categorizadas. Esses dados estão expostos na Tabela 04.

Tabela 4: Quantitativo de atividades presentes no LD.

	Total de atividades	**Total de exercícios resolvidos**	**Total de atividades categorizadas**
Atividades Propostas- Capítulo 4	197	96	173
Atividades Complementares- Capítulo 4	25	01	20
Atividades Propostas- Capítulo 5	312	112	261
AtividadesComplementares- Capítulo 5	51	01	45
Total	**585**	**210**	**499**

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático, Dante, 2010.

Posteriormente a categorização de aproximadamente 85,30% das atividades que envolvem função afim ou função quadrática em sua resolução, passamos a classificá-las de acordo com os registros mobilizados e o tipo de transformação das representações semióticas.

Dessa forma, organizamos duas (2) tabelas, cada uma correspondendo a um capítulo do livro, organizadas de modo a conter colunas apresentando:

- a sigla da seção que pertence a atividade, como se encontram no LD: Atividade (AT), Exercícios propostos (quando a numeração aparece sem nomenclatura alguma), Atividades adicionais (AA), A matemática e as práticas sociais (AMPS), Desafio em equipe (ADE) e Tim-tim por tim-tim (ATT), acompanhada do número da questão, seguido do subitem, conforme o livro didático;
- o tipo de função: Afim (FA) ou Quadrática (FQ);

- os registros mobilizados: Registro Algébrico (RAl), Registro Numérico (RNm), Registro em Língua Natural (RLN), Registro Geométrico (RGe); Registro Gráfico (RGr), Registro Figural (RFg), Registro Tabular (RTb) e Registro Simbólico (RSb);
- o tipo de transformação das representações semióticas: Tratamento (T) ou Conversão (C);
- e a quantidade de atividades de cada registro mobilizado.

A título de melhor compreensão, apresentamos, como exemplo, a tabela referente ao *Capítulo 4: Função Afim* (Tabela 05)[28], destacando que as linhas que possuem uma tonalidade acinzentada referem-se às questões pertencentes a *Atividades Complementares*.

Tabela 5: Distribuição das atividades do Capítulo 4 do LD.

		Nº da atividade	**Registros Mobilizados**	**Qu ant.**
CAPÍTULO 4: Função Afim.	**Tratamento**	3a,b,c, 4a,b,c,d, 7a,b,c,d, 8 a,b, 9 c, 11b, 14, 40, 41, 42, 47a, 83, 89d, 64b	RAl	23
		AT1, 63a, 73, 80, 81b,c	RLN	06
		19c, 26a,c	RNm	03
	Conversão	63c	RAl – RGr – RLN	01
		5a,b,c,d,e,f, 12b, 43b, 49 a,b,c, 70a	RAl – RLN	12
		1a,b,c,d, 2, 9b, 13b, 19b, 26b, 27, 31b, 36d, 53a,b,c,d, 54 a,b, 55, 59c,d,e, 68c,d, 86b, 87b, 89b,c, 95b	RAl – RNm	29
		59b	RAl – RNm – RLN	01
		43 a, 52 a, b, c, d, e, f	RAl – RNm – RSb	07
		47 b, 50 a	RAl – RNm – RGr	02
		46 a, 50 b	RAl – RSb	02
		70 c	RAl – RSb – RGr	01
		35 a, b	RAl – RSb – RNm	02
		29 a, b, c, d, e, f, 30 a, b, c, d, e, 32, 33, 36 c, 38, 70 b	RAl – RTb – RGr	16
		69 b	RGr – RAl	01
		48	RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	01
		47 c, 94	RGr – RLN	02
		69 c	RGr – RSb	01
		87 a	RGr – RSb – RAl	01
		69 a	RGr – RSb – RNm	01
		96	RGr –RTb – RNm	01
		37, 39	RGr – RTb – RSb – RAl	02
		9 a, 12 a, 13 a, 15, 25 b, 28, 59 a, 63 b, 66, 77, 81 a, 85 a, 86 a, 88, 90, 95 a	RLN – RAl	16
		71, 78	RLN – RAl – RLN	02
		16 a, b, c, 17, 20, 21, 22, 23, 65, 67	RLN – RAl – RNm	10

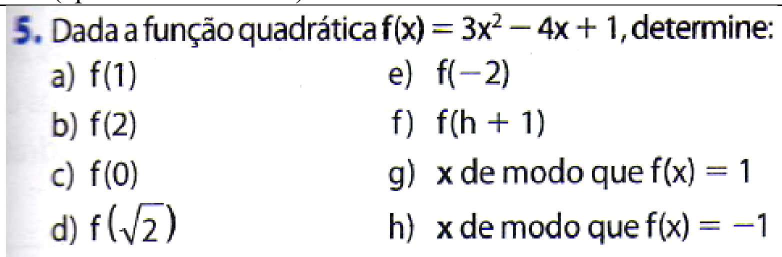
[28] No Apêndice 1 encontra-se a tabela referente a distribuição das atividades do *Capítulos 5: Função Quadrática* do livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações*.

		10 a	RLN – RNm	01
		19 a, 31 a, 91	RLN – RSb – RAl	03
		74	RLN – RTb – RLN	01
		92	RLN – RTb – Ral	01
		10 b	RNm – RTb	01
		6 a, b, 25 a, 34 a, b, 36 a, b, 44, 45, 51, 68 b	RSb – RAl	11
		84, 85 b	RSb – RAl – RFg – RNm	02
		56, 93	RSb – RAl – RNm	02
		43 c, 46 b	RSb – RGr	02
		68 a	RSb – RNm	01
		89 a	RSb – RTb – RAl	01
		18	RTb – RSb – RAl – RNm	01
		11 a, 10 c	RTb – RAl	02
		64 a	RTb – RAl – RNm	01
		AA 2	RAl – RSb – RGr	01
		AA 4	RAl – RSb – RNm	01
		ATT a, ADE b, AA 5, AA 7b	RAl – RNm	04
		ATT b	RAl – RNm – RLN	01
		AA 8	RGr – RSb – RAl	01
		AA 3, AA 7ª	RLN – RAl	02
		ADE a, AMPS 1, 2, 3, AA 10	RLN – RAl – RNm	05
		AMPS 4	RLN – RNm	01
		AA 1, AA 12	RLN – RSb – RAl	02
		AA 9, AA 11	RLN – RSb – RAl – RNm	02

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático, Dante (2010)

Vale ressaltar que ambos os capítulos apresentaram atividades que poderiam ser categorizadas em duas transformações de representação semióticas diferentes: tratamento: RAl ou conversão: RAl→RNm (Figura 12).

Figura 12: Atividade de função quadrática que pode ser classificada em duas transformações distintas (apenas o subitem 5f): tratamento: RAl ou conversão: RAl→RNm.



5. Dada a função quadrática $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, determine:

a) $f(1)$
b) $f(2)$
c) $f(0)$
d) $f(\sqrt{2})$
e) $f(-2)$
f) $f(h + 1)$
g) x de modo que $f(x) = 1$
h) x de modo que $f(x) = -1$

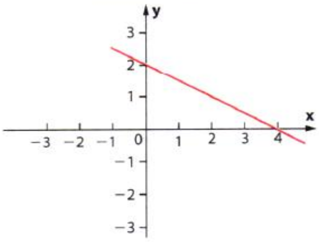
Fonte: Dante (2010, p.153).

Na Figura 12 foram contabilizadas oito (8) atividades, sendo que todas elas foram classificadas como conversões mobilizadas do registro algébrico para o numérico, pois foi solicitado o valor numérico da função quadrática partindo do registro algébrico ($f(x) = 3x^2 - 4x + 1$). Porém, o subitem (f) tem como abcissa $h + 1$ que ao ser substituída em $f(x)$ gerará uma ordenada $3h^2 + 2h$. Observe que nesse processo a variável x foi substituída pela constante $h + 1$, mas h é uma constante qualquer, o que poderia caracterizar apenas uma mudança de variável e dessa forma um tratamento mobilizado no registro algébrico. Contudo, levamos em consideração que h é uma constante e, dessa forma, toda a atividade recebeu uma mesma categorização conforme citado no início deste parágrafo.

Desse modo, sempre que identificamos atividades que possuíssem diferentes alternativas de resolução optamos por solucioná-la considerando as estratégias mais usuais expostas pelo autor, ou seja, aquelas que também foram empregadas em outras questões. Sendo assim, evitamos haver divergência entre o número de atividades categorizadas expostas na Tabela 04 com as das Tabela 05 e a tabela apresentada no Apêndice 01 (ver Quadro 06).

Quadro 6: Exemplo de atividade em que o autor apresentou duas maneiras distintas para resolver (atividade e resolução).

39. Dado o gráfico da função de IR em IR, escreva a função $f(x) = ax + b$ correspondente:



39.

x	f(x)
0	2
4	0

$y = ax + b$

$$\begin{cases} 2 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 4 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 4a + b = 0 \end{cases}$$

$$4a + b = 0 \Rightarrow 4a + 2 = 0 \Rightarrow 4a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Então, $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

Resolvendo de outra maneira:

Para (0, 2), temos $x_1 = 0$ e $y_1 = 2$.

Para (4, 0), temos $x_2 = 4$ e $y_2 = 0$.

Como $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, então:

$$a = \frac{0 - 2}{4 - 0} = -\frac{1}{2}$$

Como $b = \frac{y_1 \cdot x_2 - y_2 \cdot x_1}{x_2 - x_1}$, então:

$$b = \frac{2 \cdot 4 - 0 \cdot 0}{4 - 0} = \frac{8}{4} = 2$$

Ou simplesmente $b = 2$, pois 2 é o valor de **y**, onde a reta intercepta o eixo **y**.

Logo, $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

Fonte: Dante (2010, p.121).

No quadro anterior, observamos que se trata de uma atividade de função afim em que se emprega uma conversão partindo do RGr em direção ao RAl. Para isso, o autor apresenta duas maneiras de realizar essa transformação. A primeira, RGr→RTb→RSb→RAl, onde a partir do gráfico são representados no RTb os pares ordenados e, em seguida, mobiliza-se tratamento no RNm, ao substituir valores de x e y para determinar os coeficientes a e b, definindo o RAl. E a segunda, RGr→RSb→RNm→RAl, em que por meio do gráfico são estabelecidos no RSb os pares ordenados e através do tratamento no RNm determina-se a e b e, consequentemente, encontra-se o RAl da função. Dessa forma, categorizamos essa atividade como a primeira opção, visto que o autor adotou esse procedimento em outras atividades semelhantes.

A partir dessa análise do livro didático percebemos que no estudo das funções afim e quadrática "(...) é introduzido o conceito de taxa de variação, sem uma adequada atribuição de seu significado" (BRASIL, 2012, p. 64-65), ver Figura 13.

Figura 13: Atividade de taxa de variação da função.

122. Determine a taxa de variação de cada uma das funções quadráticas no ponto **P**(x_0, y_0):

a) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

b) $f(x) = 6x^2 + 5x + 1$

c) $f(x) = -x^2 + 3x - 2$

d) $f(x) = -12x^2 + 7x - 1$

Fonte: Dante (2010, p.192).

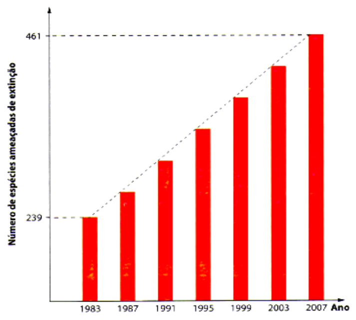
Observe que nas quatro (4) atividades apresentadas na Figura 13 o aluno apenas terá que identificar os coeficientes do termo x^2 e de x, representados, respectivamente, por a e b, para determinar a taxa de variação substituindo-os na fórmula $2ax_0 + b$, definida no LD (DANTE, 2010, p. 191), sem necessariamente saber o que representa essa taxa, mobilizando assim uma conversão RAl→RNm→RAl. Esse procedimento é adotado em todas as atividades presentes nos capítulos analisados.

Um outro equívoco revelado durante a pré-análise e diagnosticada durante a análise foi o LD recorrer a gráficos estatísticos para construir funções afins (Ver Figura 14). Visto que

> No caso das variáveis discretas, o gráfico estatístico pode ser constituído por pontos isolados no plano cartesiano ou por barras verticais. Isso não permite que, sem nenhum comentário explicativo, passemos para o gráfico de uma função com variável independente contínua. Na estatística, muitas vezes, utiliza-se o procedimento de ligar os pontos isolados de um gráfico discreto por uma curva contínua. No entanto, trata-se apenas de um procedimento para auxiliar a visualização do comportamento da variável estatística (BRASIL, 2012, p. 30).

Figura 14: Exemplo de atividade em que é confundido o gráfico estatístico com a função afim.

4º) (Enem) O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a:

a) 465. b) 493. c) 498. d) 538. e) 699.

1. Lendo e compreendendo

a) O que é dado no problema?

É dado um gráfico de barras com o número de espécies em extinção entre os anos 1983 e 2007.

b) O que se pede?

Qual será o número de espécies em extinção em 2011.

2. Planejando a solução

Devemos usar o gráfico para fazer a projeção do número de espécies em extinção em 2011. É essencial perceber que esse gráfico, que mostra a relação do número de espécies em extinção com os anos, é uma função afim e, portanto, pode ser modelado com uma reta adequada. Assim, bastará obter a lei dessa função e, com ela, obter a imagem para $x = 2011$.

Uma segunda estratégia de resolução é perceber que o domínio dessa função é uma progressão aritmética (PA) de razão 4, com 7 termos. Como explicado no item "Função afim e progressão aritmética", as imagens de uma função afim cujo domínio é uma PA também formam uma PA. Assim, bastaria acharmos o 8º termo da PA formada pelas imagens.

3. Executando o que foi planejado

Vamos propor duas possibilidades de solução, uma vez que delineamos duas estratégias distintas.

Primeira estratégia: Precisamos obter a lei da função afim que relaciona o número de espécies em extinção com o ano. Do gráfico, temos que $f(1983) = 239$ e $f(2007) = 461$.

Genericamente, uma função afim é do tipo: $f(x) = ax + b$. Vamos obter **a** e **b**. Para isso, dispomos de duas maneiras:

Na primeira maneira, vamos obter a taxa de variação **a** dessa função fazendo:

$$a = \frac{f(2007) - f(1983)}{2007 - 1983} = \frac{461 - 239}{2007 - 1983} = \frac{222}{24} = \frac{37}{4}$$

Assim, $f(x) = \frac{37}{4}x + b$. Para obter **b**, escolhemos um dos valores conhecidos, por exemplo, $f(2007) = 461$.

Substituindo $x = 2007$, temos:

$$461 = \frac{37}{4} \cdot 2007 + b \Rightarrow b = 461 - \frac{74259}{4} = -\frac{72415}{4}$$

A segunda maneira de obter **a** e **b** é resolvendo um sistema:

Se $f(1983) = 239$ e $f(2007) = 461$, então podemos montar o sistema $\begin{cases} 239a + b = 1983 \\ 461a + b = 2007 \end{cases}$

Resolvendo o sistema obtemos $a = \frac{37}{4}$ e $b = -\frac{72415}{4}$.

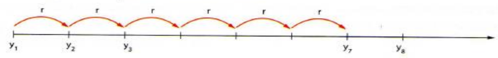
Seja qual for a maneira usada, obteremos a lei da função procurada, que é $f(x) = \frac{37}{4}x - \frac{72415}{4}$.

Para obter o número de espécies em extinção em 2011, calcularemos $f(2011)$:

$$f(2011) = \frac{37}{4} \cdot 2011 - \frac{72415}{4} = \frac{1992}{4} = 498$$

Segunda estratégia: Convém lembrar que essa segunda estratégia só é possível porque o domínio do gráfico é uma PA. Se isso não ocorresse, não existiria essa possibilidade.

Vimos que a sequência das imagens também é uma PA. Como temos 7 elementos no domínio, temos uma PA de 7 termos no domínio e uma PA de 7 termos na imagem, com o primeiro termo $y_1 = 239$ e o sétimo termo $y_7 = 461$. A diferença entre dois termos consecutivos de uma PA é a razão **r**. Entre $y_1 = 239$ e $y_7 = 461$ temos 6 razões:



Assim, a diferença entre $\mathbf{y_7}$ e $\mathbf{y_1}$ equivale a 6 razões:

$$6r = 461 - 239 \Rightarrow 6r = 222 \Rightarrow r = 37$$

Portanto, para obter $\mathbf{y_8}$, basta adicionar 37 ao valor $\mathbf{y_7}$:

$$y_8 = 461 + 37 = 498$$

Fonte: Dante (2010, p.125-126).

Nessa atividade, proposta na seção Tim-tim por tim-tim do Capítulo 04 do LD, observamos que o autor apresentou algumas etapas para a resolução, bem como duas estratégias para resolver a questão. A primeira remete as transformações semióticas que mobilizam conversões entre o RGr, como registro de partida e o RNm de chegada, perpassando pelos RSb e RAl, como intermediários.

No entanto, notamos que, por mais que o resultado encontrado esteja correto, esse problema não poderia ser modelado em uma função afim cujo gráfico é uma reta, pois tanto o ano quanto o número de espécies ameaçadas de extinção serão sempre números naturais, caracterizando assim uma descontinuidade.

Além dessas observações pontuais, apresentaremos, a partir de agora, uma análise detalhada dos registros de representação semiótica mobilizados nas atividades do livro didático. Em relação as transformações semióticas internas de tratamento observamos nas atividades a presença dos seguintes registros: Algébrico, Língua Natural e Numérico, ver Quadro 07.

Quadro 7: Atividades que exemplificam tratamento.

Registro Algébrico	
14. (FGV-SP) Os gastos de consumo (**C**) de uma família e sua renda (**x**) são tais que $C = 2000 + 0{,}8x$. Podemos então afirmar que: a) se a renda aumenta em 500, o consumo aumenta em 500. b) se a renda diminui em 500, o consumo diminui em 500. c) se a renda aumenta em 1 000, o consumo aumenta em 800. d) se a renda diminui em 1 000, o consumo diminui em 2 800. e) se a renda dobra, o consumo dobra.	**14.** $C_1 = 2000 + 0{,}8x \Rightarrow$ renda: x renda: $x + 1000 \Rightarrow C_2 = 2000 + 0{,}8(1000 + x) =$ $= 2000 + 800 + 0{,}8x \Rightarrow C_2 = C_1 + 800$ **Resposta**: alternativa **c**.
Registro em Língua Natural	
73. Se **x** é o volume e **y** é o peso de uma porção de um líquido homogêneo, a correspondência $x \to y$ é uma proporcionalidade? Justifique.	Sim; dobrando, triplicando, etc. o volume de um líquido homogêneo, seu peso correspondente dobra, triplica, etc.
Registro Numérico (26a,c)	
26. Dada a progressão aritmética $-2, 3, 8, 13, 18, 23, \ldots$ e a função afim $f(x) = 3x - 1$: a) determine a razão dessa progressão aritmética; b) verifique que $f(-2), f(3), f(8), f(13), f(18), f(23), \ldots$ é também uma progressão aritmética (PA); c) determine a razão dessa nova progressão aritmética.	**26.** a) $r = 5$ b) $f(-2) = 3(-2) - 1 = -6 - 1 = -7$ $f(3) = 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$ $f(8) = 3 \cdot 8 - 1 = 24 - 1 = 23$ $f(13) = 3 \cdot 13 - 1 = 39 - 1 = 38$ $f(18) = 3 \cdot 18 - 1 = 54 - 1 = 53$ $f(23) = 3 \cdot 23 - 1 = 69 - 1 = 68$ Portanto, $-7, 8, 23, 38, 53, 68$ é uma PA. c) $r = 15(3 \cdot 5)$

Fonte: De nossa autoria com base em Duval (2010).

Na atividade que destaca o RAl, observamos que para analisar o que ocorre com os gastos de consumo (C) de uma família se sua renda sofrer um aumento ou decréscimo de 500 ou 1000, ou até mesmo se ela dobrar, é necessário apenas fazer um tratamento algébrico. Desta forma, por exemplo, ao substituir x por $x + 1000$ a função continuará no mesmo registro, sendo necessário apenas realizar conceitos inerentes a ele.

Por outro lado, no item que retrata o RLN é preciso realizar um tratamento que evidencie conceitos e definições para que seja possível identificar que o peso y de uma porção está em função do seu volume x, caracterizando assim uma função linear e dessa forma identificando a existência de proporcionalidade.

No Quadro 07, os subitens (a) e (c) mobilizam o tratamento do registro numérico (questão 26), pois sua resolução necessita apenas do emprego da subtração dos valores expostos no problema, para o subitem (a), e do já determinado no subitem (b), para o subitem (c).

Ao realizar a análise do LD, também observamos que algumas atividades requerem as transformações semióticas por meio de conversões que mobilizam o RAl, RFg, RGr, RLN, RNm, RSb ou RTb, como registro de partida e RAl, RGr, RLN, RNm, RSb ou RTb, como o de chegada.

Quadro 8: Atividades que exemplificam conversão utilizando apenas o registro distintos (de partida e de chegada).

<table>
<tr><th colspan="2">RAl→RNm</th></tr>
<tr><td>

18. Dada a função f: ℝ → ℝ tal que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, \text{ para } x < 5 \\ 3x - 20, \text{ para } 5 \leqslant x < 9 \\ -x^2 + 4x - 2, \text{ para } x \geqslant 9 \end{cases},$$

determine:

a) f(6);
b) f(−1);
c) f(10);
d) f(9);
e) f(5);
f) f(0);
g) f(4).

</td><td>

18. a) $f(6) = 3 \cdot 6 - 20 = -2$
b) $f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) = 1 + 2 = 3$
c) $f(10) = -100 + 40 - 2 = -62$
d) $f(9) = -81 + 36 - 2 = -47$
e) $f(5) = 3 \cdot 5 - 20 = 15 - 20 = -5$
f) $f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$
g) $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 16 - 8 = 8$

</td></tr>
<tr><th colspan="2">RLN→RAl</th></tr>
<tr><td>

15. (Fuvest-SP) A função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor **x** de uma mercadoria é:

a) $f(x) = x - 3$.
b) $f(x) = 0{,}97x$.
c) $f(x) = 1{,}3x$.
d) $f(x) = -3x$.
e) $f(x) = 1{,}03x$.

</td><td>

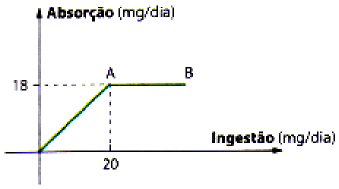
15. $f(x) = x$

Após o desconto de 3% $\Rightarrow f(x) = x - \frac{3}{100}x = \frac{97}{100}x = 0{,}97x$

Resposta: alternativa **b**.

</td></tr>
<tr><th colspan="2">RGr→RLN</th></tr>
<tr><td colspan="2">

94. (UFMG) Observe o gráfico, em que o segmento AB é paralelo ao eixo das abscissas.



Esse gráfico representa a relação entre a ingestão de certo composto, em mg/dia, e sua absorção pelo organismo, também em mg/dia.

A única afirmativa falsa relativa ao gráfico é:

a) Para ingestões de até 20 mg/dia, a absorção é proporcional à quantidade ingerida.
b) A razão entre a quantidade absorvida e a quantidade ingerida é constante.
c) Para a ingestão acima de 20 mg/dia, quanto maior a ingestão, menor a porcentagem absorvida do composto ingerido.
d) A absorção resultante da ingestão de mais de 20 mg/dia é igual à absorção resultante da ingestão de 20 mg/dia.

</td></tr>
</table>

Fonte: De nossa autoria, com base em Duval (2010).

No Quadro 08, vemos um exemplo de transformação semiótica por meio de conversão do RAl→RNm. Note que em cada item basta substituir o valor da abscissa na representação algébrica da função correspondente para encontrar a ordenada.

Na análise das atividades que realizam conversões do RLN→RAl, observamos que a maior parte está relacionada a problemas de cálculo financeiro e que representam 4,01% das atividades categorizadas, sendo a grande maioria de função afim. Isso deve ter ocorrido pelo fato dessa conversão ser bem mais simples nesse tipo de função que por muitas vezes serve de modelo matemático para situações que envolvam porcentagem, lucro, prejuízo, entre outros, como podemos ver no Quadro 08.

Embora a presença de gráficos, bem como sua leitura e interpretação, seja importante e bastante presente no dia-a-dia, principalmente em jornais, revistas, entre outros, reparamos uma baixa abordagem em atividades que exigissem a sua presença na resolução, visto que apenas 15,03% dos quatrocentos e noventa e nove (499) itens categorizados mobilizaram esse registro, seja como partida, chegada, ou simplesmente como um intermediário. A exemplo disso, podemos observar que itens que necessitava a conversão do RGr→RLN (ver Quadro 08) corresponderam a um baixo percentual das atividades categorizadas (0,4%).

Na maioria das atividades em que é preciso mobilizar o RAl para se chegar ao RGr o autor fez uso dos RNm, RSb e/ou RTb como intermediários. Esse procedimento é muito usual na educação básica, envolvendo processos algoritmizados por meio de sequências pontuais, sem apreensão de particularidades essenciais aos registros mobilizados (ver Figura 15).

Figura 15: Exemplo de atividade de conversão (RAl→RTb→RGr).

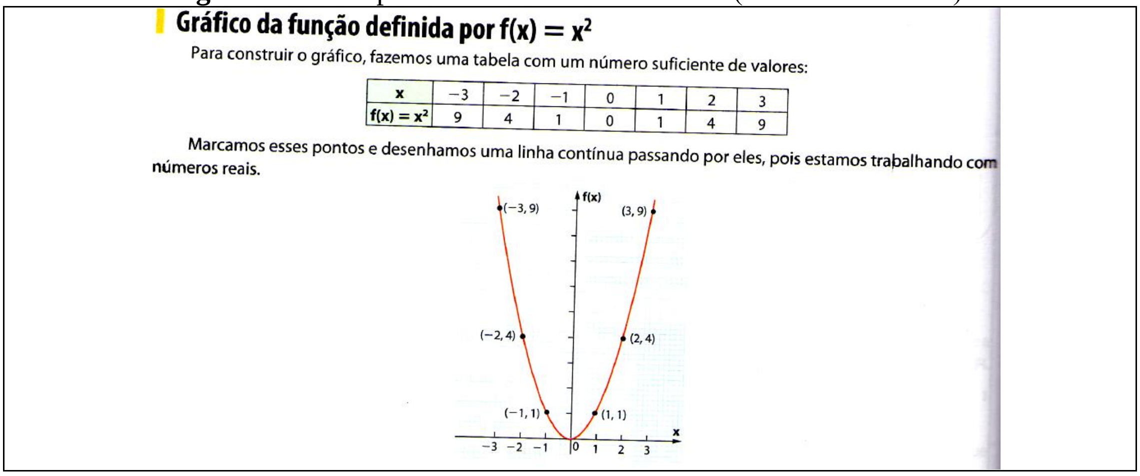


Gráfico da função definida por $f(x) = x^2$

Para construir o gráfico, fazemos uma tabela com um número suficiente de valores:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Marcamos esses pontos e desenhamos uma linha contínua passando por eles, pois estamos trabalhando com números reais.

Fonte: Dante (2010, p.164).

É importante destacar que, se considerarmos essa construção simplesmente pela substituição dos valores, determinando os pares ordenados na função, por meio do RTb, estaremos diante de uma resolução pontual, que não promove a apreensão global dos conceitos, propriedades e características próprias da representação gráfica. Além de não contribuir para a identificação das variáveis visuais pertinentes desse registro, que permitem determinar a conversão no sentido contrário, ou seja, RGr→RAl, tomando ou não como representação intermediária o RTb. Esse fato foi evidenciado por Mariani e Soares (2008) e comprovado no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações*, uma vez que apenas uma (01) atividade foi categorizada com essa conversão, dos quatrocentos e noventa e nove (499) subitens classificados.

Esse problema também foi apontado pelo PNLDEM/2012, pois a análise do LD constatou que não foram tomados os cuidados necessários para construção dos gráficos de funções ao afirmar que:

> (...) com um número reduzido de valores da variável independente, induz-se o aluno a considerar que é possível construir o gráfico cartesiano de uma função. É comum encontrar nos livros didáticos, uma tabela com três ou quatro valores de *x*, associada ao desenho de uma parábola, sem explicações adicionais. (BRASIL, 2012, p. 30)

A seguir, de posse da Tabelas 04 e da tabela apresentada no Anexo I, constituímos a Tabela 06 que resume os registros mobilizados na resolução de atividades propostas e de atividades complementares. Essa tabela contém os percentuais correspondentes a cada registro envolvido no decorrer dos Capítulos 04 e 05 do livro didático. Vale salientar que essas atividades foram contabilizadas em itens e subitens.

Tabela 6: Caminhos para a resolução das atividades propostas no LD.

	CAMINHO	**Nº de atividades**	**TOTAL (%)**
ATIVIDADES PROPOSTAS	RAl	43	8,62
	RLN	07	1,40
	RNm	03	0,60
	RAl – RGr	04	0,80
	RAl – RGr – RLN	01	0,20
	RAl – RGr – RSb	03	0,60
	RAl – RLN	19	3,82
	RAl – RLN – RNm	03	0,60
	RAl – RLN – RSb	02	0,40
	RAl – RNm	124	24,85
	RAl – RNm – RAl	11	2,20
	RAl – RNm – RAl – RNm	03	0,60
	RAl – RNm – RAl – RSb	04	0,80
	RAl – RNm – RGr	03	0,60
	RAl – RNm – RGr – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RSb	30	6,02
	RAl – RNm – RSb – RGr	03	0,60
	RAl – RNm – RSb – RGr – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RSb – RLN	03	0,60
	RAl – RNm – RTb – RLN	01	0,20
	RAl – RSb	21	4,21
	RAl – RSb – RGr	03	0,60
	RAl – RSb – RNm	02	0,40
	RAl – RSb – RNm	05	1,00
	RAl – RTb – RGr	16	3,21

	RFg – RAl	01	0,20
	RFg – RNm	01	0,20
	RFg – RNm – RAl	01	0,20
	RGr – RAl	01	0,20
	RGr – RAl – RLN	05	1,00
	RGr – RLN	02	0,40
	RGr – RNm	07	1,40
	RGr – RSb	04	0,80
	RGr – RSb – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RNm	01	0,20
	RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	01	0,20
	RGr – RTb – RNm	01	0,20
	RGr – RTb – RSb – RAl	02	0,40
	RLN – RAl	16	3,21
	RLN – RAl – RLN	02	0,40
	RLN – RAl – RNm	30	6,01
	RLN – RFg – RAl	01	0,20
	RLN – RFg – RAl – RLN	01	0,20
	RLN – RFg – RAl – RNm	02	0,40
	RLN – RNm	01	0,20
	RLN – RNm – RAl – RNm	02	0,40
	RLN – RSb – RAl	03	0,60
	RLN – RTb – RAl	01	0,20
	RLN – RTb – RLN	01	0,20
	RNm – RTb	01	0,20
	RSb – RAl	13	2,61
	RSb – RAl – RNm	02	0,40
	RSb – RAl – RFg – RNm	02	0,40
	RSb – RGr	03	0,60
	RSb – RGr – RAl	01	0,20
	RSb – RLN	01	0,20
	RSb – RNm	01	0,20
	RSb – RNm – RAl	01	0,20
	RSb – RTb – RAl	01	0,20
	RTb – RAl	02	0,40
	RTb – RAl – RNm	01	0,20
	RTb – RSb – RAl – RNm	01	0,20
ATIVIDADES COMPLEMENTARES	RAl	01	0,20
	RAl – RGr – RNm – RSb – RNm	01	0,20
	RAl – RGr – RNm – RSb	01	0,20
	RAl – RNm	24	4,81
	RAl – RNm – RGr – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RSb – RNm	01	0,20
	RAl – RSb – RAl – RNm - RSb	01	0,20
	RAl – RSb – RGr	01	0,20
	RAl – RSb – RNm	01	0,20
	RFg – RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	01	0,20
	RGr – RNm – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RAl – RNm	01	0,20
	RGr – RSb – RNm – RAl – RNm	01	0,20
	RLN – RAl	04	0,80
	RLN – RAl – RNm	12	2,40
	RLN – RAl – RNm – RSb – RGr	01	0,20
	RLN – RFg – RAl – RNm – RGr	01	0,20
	RLN – RNm	01	0,20

	RLN – RNm – RAl – RNm	01	0,20
	RLN – RSb – RAl	02	0,40
	RLN – RSb – RAl – RNm	02	0,40
	RNm – RAl	01	0,20
	RSb – RAl	01	0,20
TOTAL		499	100

Fonte: De nossa autoria, baseada em Dante (2010).

"No estudo de função, é importante representá-las de diferentes modos – tabelas, gráficos, representações analíticas (algébricas) – estabelecendo relações entre eles" (BRASIL, 2012, p. 30). Os dados da Tabela 06, evidenciam uma diversidade de representações, pois indicam o quantitativo das diferentes transformações semióticas por meio de tratamento ou conversão presentes em todas as atividades categorizadas do LD.

Essa larga variedade de conversões, proporciona ao aluno contato com as diferentes representações semióticas do objeto matemático função. Contudo, essa mobilização de registros deve ser feita de maneira cônscia, de modo a identificar as variáveis visuais pertinentes, caso contrário a conversão será apenas um processo de algoritimização da resolução.

2.1.3. TRATAMENTO, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DO LIVRO DIDÁTICO

De acordo com os três polos cronológicos da análise de conteúdo, na terceira fase devemos apresentar "resultados significativos e fiéis, podendo então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos". Nessa fase, também ocorre o tratamento e a interpretação dos resultados obtidos por meio do estabelecimento de "quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise" (BARDIN, 2010, p. 127).

Na tabela a seguir, apresentaremos o quantitativo de atividades categorizadas do LD, bem como seus respectivos percentuais correspondente às transformações semióticas por meio de tratamentos e conversões. Destas, foram levadas em consideração apenas os caminhos do registro de partida e do registro de chegada.

Vale ressaltar que para uma melhor interpretação não fizemos distinção entre as atividades propostas e as complementares, ou seja, elas foram analisadas como um único grupo de atividades.

Tabela 7: Atividades categorizadas no livro didático: tratamento ou conversões (considerando apenas o registro de partida e o de chegada).

	Registros mobilizados	Nº de atividades	Total (%)
Tratamento	RAl	43	8,62
	RLN	07	1,40
	RNm	03	0,60
Conversão	RAl – RAl	11	2,20
	RAl – RGr	30	6,01
	RAl – RLN	27	5,41
	RAl – RNm	164	32,88
	RAl – RSb	65	13,03
	RFg – RAl	02	0,40
	RFg – RNm	01	0,20
	RFg – RSb	01	0,20
	RGr – RAl	06	1,20
	RGr – RLN	07	1,40
	RGr – RNm	11	2,20
	RGr – RSb	05	1,00
	RLN – RLN	04	0,80
	RLN – RAl	27	5,41
	RLN – RGr	02	0,40
	RLN – RNm	51	10,23
	RNm – RAl	01	0,20
	RNm – RTb	01	0,20
	RSb – RAl	17	3,41
	RSb – RGr	03	0,60
	RSb – RLN	01	0,20
	RSb – RNm	05	1,00
	RTb – RAl	02	0,40
	RTb – RNm	02	0,40
TOTAL		**499**	**100**

Fonte: De nossa autoria, baseada em Dante (2010).

Fazendo uma análise da Tabela 07, fica evidente que a conversão foi a transformação semiótica mais adotada na resolução das atividades, perfazendo um total de quatrocentos e quarenta e seis (446), das quatrocentos e noventa e nove (499) atividades categorizadas, equivalendo a 89,38% delas. Nota-se, também que a conversão RAl→RNm foi a mais adotada nas atividades categorizadas do LD, perfazendo um percentual de 32,88%, totalizando cento e sessenta e quatro (164) itens ou subitens.

Vale destacar também os baixos índices de conversões envolvendo RAl→RGr (apenas 6,01% das atividades categorizadas) e RGr→RAl (1,20%). Segundo Brasil (2012), esse fato pode caracterizar uma grande perda no processo de aquisição do conceito de função, pois:

> Frequentemente, um problema inicialmente formulado de maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido se o interpretarmos graficamente, e vice-versa. Por exemplo, a simetria axial presente nas funções quadráticas é facilmente perceptível no gráfico e, no entanto, pode exigir esforço de cálculo quando se trabalha com sua representação algébrica. (p. 30)

Essa tabulação (Tabela 07) também expõe que dentre as atividades que realizam conversões quinze (15), ou seja, 3,36% do total, tem registro de partida igual ao de chegada (RAl→RAl e RLN→RLN). Elas são consideradas conversões e não tratamento, pelo fato que perpassam por diferentes registros para sua resolução (ver Figura 16).

Figura 16: Atividade 23e,f que exemplifica registro de partida e de chegada iguais (RAl→RAl).

23. Escreva na forma canônica as seguintes funções quadráticas:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
b) $f(x) = 2x^2 + 8x - 5$
c) $f(x) = -x^2 + 6x + 7$
d) $f(x) = x^2 + 2x - 24$
e) $f(x) = 10 + 5x - 5x^2$
f) $f(x) = -2x^2 + 5x - 1$

Fonte: Dante (2010, p.159).

Dentre as seis (6) atividades de funções quadráticas apresentadas na Figura 16, as quatro primeiras, subitens (a), (b), (c) e (d), foram resolvidas pelo autor a partir de tratamento algébrico completando quadrantes. Embora os subitens (e) e (f) poderiam ser resolvidos da mesma maneira, o autor apresentou o seguinte caminho para respondê-los: de posse do RAl, determinou a abscissa do vértice, a partir da substituição dos coeficientes a e b na fórmula $m = \frac{-b}{2a}$, e em seguida calculou a ordenada do vértice a partir de $k = f(m)$. Desse modo mobilizou o RNm como registro intermediário para voltar para o registro algébrico na forma canônica da função.

Com a finalidade de realizar uma análise mais detalhadas acerca das conversões supracitadas, construímos a Tabela 08, observando apenas as quatrocentas e quarenta e seis (446) conversões da Tabela 06, contendo o quantitativo de vezes que cada registro apareceu nas atividades categorizadas dos Capítulos 04 e 05 do livro didático, bem como seu respectivo percentual, entre parênteses, em relação ao total de conversões. Para isso, levaremos em consideração a sua posição em cada conversão (registro de partida, intermediário ou chegada).

Vale lembrar que como em uma mesma atividade pode ser mobilizado mais de um registro intermediário ou, até mesmo, ele pode não ser utilizado, o quantitativo destes não será igual ao total de atividades categorizadas. Além disso, um mesmo registro pode aparecer mais de uma vez numa mesma questão.

Tabela 8: Quantitativo de vezes que cada registro foi mobilizado nas conversões no LD (considerando o registro de partida, intermediário e o de chegada).

Registro	Como registro de Partida	Como registro intermediário	Como registro de Chegada
RAl	297 (66,59%)	77 (17,26%)	66 (14,80%)
RFg	04 (0,90%)	07 (1,57%)	00 (0,00)
RGr	29 (6,50%)	11 (2,47%)	35 (7,85%)
RLN	84 (18,83%)	05 (1,12%)	39 (8,74%)
RNm	02 (0,45%)	79 (17,71%)	234 (52,47%)
RSb	26 (5,83%)	40 (8,97%)	71 (15,92%)
RTb	04 (0,90%)	23 (5,16%)	01 (0,22%)

Fonte: De nossa autoria, baseada em Dante (2010).

Fazendo uma análise da Tabela 08, fica claro que a proposta do LD usou variados registros de representação semiótica de função afim e quadrática, porém não se preocupou em considerar atividades que realizassem a ida e a volta de registros, fato que, segundo Duval (2003, 2009, 2011), prejudica o processo de aquisição do conceito de função.

Isso fica evidente, principalmente, nas atividades que mobilizam conversões com o RAl, em que duzentas e noventa e sete (297), 66,59%, das atividades que realizaram conversões o utilizaram como registro de partida, setenta e sete (77), 17,26%, intermediário e apenas sessenta e seis (66) 14,80% como registro de chegada. Tal disparidade também ficou nítida nas conversões que fizeram uso do RNm, visto que apenas duas (02), 0,45%, o utilizou como registro de partida, setenta e nove (79), 17,71% intermediário e duzentas e trinta e quatro (24), 52,47% como de chegada.

2.2. ANÁLISE DOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 1º ANO DO CODAP/UFS

Assim como ocorreu com o livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações*, analisamos cadernos de dois (02) alunos de cada uma das duas turmas de 1º ano do CODAP/UFS, no decorrer do ano letivo 2012, uma vez que concebemos que a pesquisa qualitativa pode se embasar em documentos que constituem "qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação" (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998, p. 169). Tal investigação também foi organizada de acordo com os princípios da análise de conteúdo desenvolvida por Bardin (2010).

Portanto, nesta seção 2.2, procuramos estabelecer aproximações e distanciamentos entre os dados apresentados na análise do livro didático realizada na seção 2.1 e os obtidos nos registros das fotocópias dos cadernos dos alunos.

2.2.1. PRÉ-ANÁLISE DOS CADERNOS DOS ALUNOS

O acesso aos cadernos de alguns alunos das turmas de 1º ano ocorreu concomitantemente aos primeiros contatos com o técnico educacional, membro da equipe diretiva do CODAP/UFS. Nesse diálogo, apresentamos uma síntese do nosso projeto, explicamos detalhadamente os objetivos da nossa investigação e solicitamos a autorização e o auxílio para realizarmos a coleta de dados, que inicialmente consistiu na reprodução de ao menos dois (02) cadernos com os registros das aulas de Matemática, referente ao estudo da função afim e quadrática.

Ainda nesse primeiro contato, buscamos mais informações sobre o quantitativo de turmas, horário das aulas e professores de Matemática, além de requerer o calendário escolar para podermos verificar o término do ano letivo referente ao 2º semestre, uma vez que essa pesquisa foi realizada em novembro de 2012 e tínhamos a pretensão de fotocopiar todo o conteúdo referente a função afim e quadrática desenvolvido nesse mesmo ano.

Nessa visita, fomos informados que o colégio tinha duas turmas de 1º ano (denominadas pela instituição por “A” e “B”) e que no momento estavam aguardando estagiários para ministrar as aulas de matemática, visto que o professor que abordou o conteúdo de função afim e quadrática nas duas turmas, já não fazia mais parte do quadro de docentes da instituição, pois havia se aposentado há alguns meses. Mas que poderíamos realizar a pesquisa, pois conforme o técnico, um dos papéis do CODAP/UFS é servir como campo de investigação para a comunidade acadêmica.

A fim de seguir os preceitos éticos da pesquisa envolvendo seres humanos, organizamos termos de consentimento que foram assinados pelo técnico educacional, representando a direção da escola (Apêndice 2), bem como pelos responsáveis legais dos alunos que cederam os cadernos para serem reproduzidos (Apêndice 3).

Sendo assim, com apoio da comunidade escolar, conversamos com dois (2) alunos de cada turma, agendamos o retorno para fotocopiar esses materiais, sendo que esse agendamento foi de acordo com a disposição de cada aluno, visto que eles teriam que trazer o caderno de casa, pois os conteúdos de função afim e quadrática foram abordados no 1° semestre e eles já estavam utilizando outro caderno. Dessa forma, obtivemos e fotocopiamos quatro (4) cadernos, sendo dois (02) distintos de cada turma.

Com a finalidade de manter o anonimato dos sujeitos, estabelecemos, uma codificação para cada um dos quatro (04) alunos que dispuseram seus cadernos. Assim, atribuindo a letra “A” para os cadernos dos alunos do 1º ano “A”, e “B” para os cadernos dos alunos do 1º ano B, ou seja, CadernoA1, CadernoA2 eCadernoB1, CadernoB2.

Passamos agora para a segunda fase da análise de conteúdo na qual ocorre a exploração do material (BARDIN, 2010).

2.2.2. APRECIAÇÃO DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Ao iniciar a exploração desse material, estabelecemos uma comparação entre os registros dos quatro (4) cadernos e os encaminhamentos propostos pelo LD. Sendo assim, partindo dos indicadores utilizados durante a análise do LD, identificamos nos cadernos fotocopiados as atividades presentes no LD que foram privilegiadas pelo docente, bem como as problematizações e atividades distintas às propostas pelo LD adotado na turma.

Ressaltamos que o quantitativo de atividades presentes nos cadernos dos alunos, consequentemente propostas pelos docentes, que abordavam função afim e quadrática (Tabela 09), foi obtido a partir dos mesmos critérios definidos na análise do LD, inclusive considerando itens e subitens.

Após essa contagem, retomamos os cadernos para identificar e distinguir as atividades que abordavam função afim ou quadrática que foram extraídas do LD, bem como as que não foram. Para isso, denotamos as primeiras anotando ao lado da atividade o símbolo igual (=), e as segundas diferente (≠), nas fotocópias dos cadernos dos alunos.

Diante da análise dos cadernos, identificamos que em ambas as turmas o professor explorou praticamente as mesmas questões, tanto as extraídas do LD como as que não foram. A Tabela 09 apresenta o quantitativo das atividades destacando tonalidade cinza para diferenciar as que eram distintas das propostas no LD.

Tabela 9: Atividades quantificadas nos cadernos dos alunos de ambas as turmas.

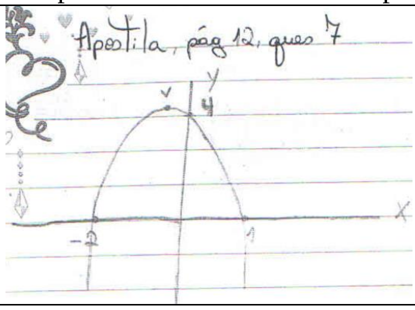
<table>
<tr><th>Tipo</th><th>Atividade</th><th>Total de atividade em cada tipo</th><th>Percentual no total de atividade de cada tipo</th><th>Percentual no total de atividade do capítulo no LD (%)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Função afim</td><td>1a,b,c,d, 2, 3a,b,c, 4a,b,c,d, 5a,b,c,d,e,f, 6a,b,7a,b,c,d, 8a,b, 9a,b,c, 10a,b,c, 16a,b,c, 31a,b, 34a,b, 35a,b, 36a,b,c,d, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 54a,b, 55, 58c, 60a, 61b, 62c, 77, 78, 79, 80, 91, 94, 95a,b,AA2, AA3, AA4, AA5, AA6, AA8</td><td>72</td><td>84,71</td><td>32,43</td></tr>
<tr><td></td><td>13</td><td>15,29</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Função quadrática</td><td>10a,b, 13, 15, 17a,b, 18a,b,c,d,e,f,g, 68a,b</td><td>15</td><td>39,47</td><td>4,13</td></tr>
<tr><td></td><td>23</td><td>60,53</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Total</td><td>123</td></tr>
</table>

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Através da análise da Tabela 09, observamos que o objeto matemático função afim pode ter sido mais privilegiado em comparação ao de função quadrática, pois perfazem um total de 85 atividades nos cadernos dos alunos dentre as cento e vinte e três (123) que abordavam esses dois tipos de função, correspondendo a 69,11% do total de atividades. Além disso, o conteúdo de função afim, envolveu mais as questões extraídas do livro didático adotado, em comparação as que não pertenciam a esse material didático, correspondendo a 84,71% das atividades presentes no caderno que trabalhavam esse conteúdo.

Já o conteúdo de função quadrática foi desenvolvido com um maior número de atividades que não foram extraídas do LD (60,53%) do que as que foram (39,47%). Esse fato pode ter ocorrido por esse conteúdo ter sido desenvolvido com o apoio de uma apostila, conforme identificamos resquícios de sua existência nos cadernos dos alunos (ver Figura 17).

Figura 17: Protocolo que comprova a existência de uma apostila de função quadrática.

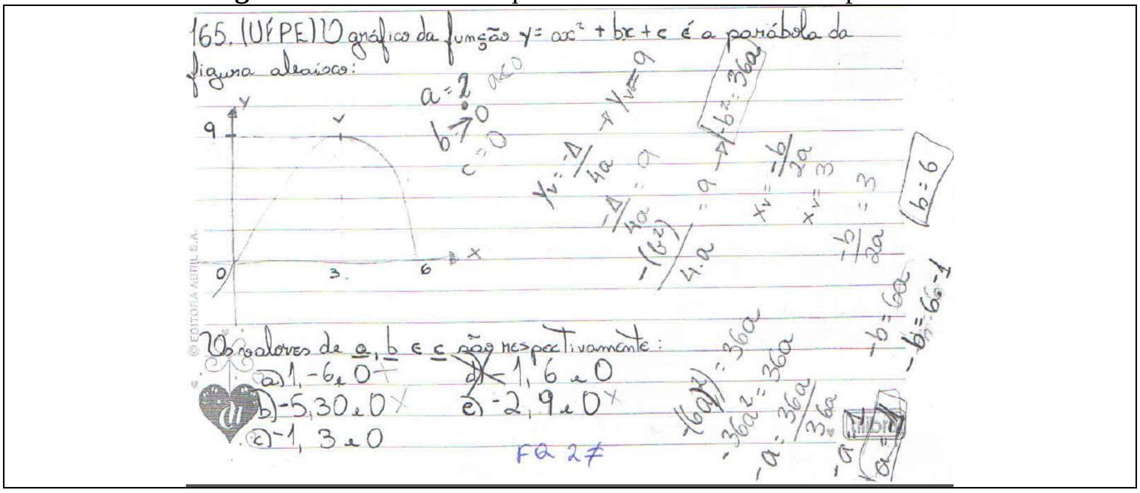


Fonte: CadernoA2.

No entanto, não conseguimos ter acesso a essa apostila, uma vez que os alunos alegaram não ter arquivado esse material e o colégio não ter como entrar em contato com o professor que a confeccionou, por este não fazer mais parte do quadro docente da instituição, conforme já mencionamos na pré-analise dos cadernos.

Contudo, também foram identificadas atividades distintas do LD e da apostila. Estas tratam de questões de diversos vestibulares (Figura 18).

Figura 18: Protocolo de questão distinta do LD e da apostila.



Fonte: CadernoA2.

Ao analisar essa resolução exposta no protocolo do caderno de um dos alunos (Figura 18), percebemos que ele fez uso de algumas variáveis visuais pertinentes, pois ao analisar o gráfico ele percebeu que, como a parábola passa pela origem, o termo independente da função no RAl seria igual a zero ($c = 0$), e como ela intercepta o eixo das ordenadas em sua parte crescente o coeficiente do termo x será positivo ($b > 0$). Isso representa indícios de uma análise global do conteúdo, o que é vista de forma positiva para a aquisição de tais conceitos de acordo com Duval (2003, 2009, 2011).

Comungamos das ideias de Brasil (2010, p. 9) ao explicar que “livro didático tem sido um apoio importante para o trabalho do professor e uma fonte permanente para a aprendizagem do aluno”. Com a finalidade de analisar se tal informação se aplica construímos os Quadros 09 e 10 que especificam os tópicos desenvolvidos no LD para abordar os conteúdos de função afim e quadrática, respectivamente, e marcamos com um “X” na respectiva coluna caso tais tópicos e/ou atividades do LD adotado, que fazem menção aos mesmos, estejam presentes nos cadernos dos alunos.

Quadro 9: Tópicos utilizados pelo *LD Matemática: Contexto e aplicações* para desenvolver o conceito de função afim.

Tópicos do Capítulo 04: Função Afim.								
Introdução	Definição de função afim	Casos particulares importantes da função afim	Valor de uma função afim	Determinação de uma função afim conhecendo-se seus valores em dois pontos distintos.	Taxa de variação da função afim	Caracterização da função afim	Função afim e progressões aritmética	Gráfico da função afim
	X	X	X	X	X	X		X
Função afim e geometria analítica	Uma propriedade característica da função afim	Função afim crescente e decrescente	Estudo do sinal da função afim	Zero da função afim	Inequação do 1º grau	Função afim e movimento uniforme	Proporcionalidade e função linear	
	X		X		X		X	

Fonte: De nossa autoria, baseado em Dante (2010), capítulo 04.

Quadro 10: Tópicos utilizados pelo LD *Matemática: Contexto e aplicações* para desenvolver o conceito de função quadrática.

Tópicos do Capítulo 05: Função Quadrática.					
Introdução	Definição de função quadrática	Valor da função quadrática em um ponto	Zeros da função quadrática	Forma canônica da função quadrática	Gráfico da função quadrática
	X	**X**	**X**		**X**
Vértice da parábola, imagem e valor máximo ou mínimo da função quadrática.	Estudo do sinal da função quadrática	Inequação do 2º grau	Taxa de variação da função quadrática	Função quadrática e progressões aritmética	
X	**X**	**X**			

Fonte: De nossa autoria, baseado em Dante (2010), capítulo 05.

Com base no Quadro 09, observamos que o LD foi utilizado como um apoio para o desenvolvimento da função afim, uma vez que a maioria dos tópicos foram contemplados, seguindo a sequência. E a maior parte das atividades referentes a esse tipo de função, presentes nos cadernos, foram extraídas desse material didático, como já mencionamos ao explorar o Quadro 08.

Por outro lado, os cadernos dos alunos apresentaram uma sequência bem distinta da exposta no LD adotado (Quadro 10) no desenvolvimento da função quadrática. Além disso, como já mencionamos anteriormente (Figura 17), esse conteúdo foi desenvolvido a partir de uma apostila e foram poucas as atividades extraídas do LD que versavam desse tipo de função (Quadro 08). Com base em tudo isso, fica evidente que tal objeto matemático não foi trabalhado sobre a orientação do LD.

Ainda analisando os Quadros 09 e 10, notamos também que em nenhum momento, seja na explanação do conteúdo ou nas atividades apresentadas no caderno dos alunos, foi mencionado o zero da função, o crescimento e decrescimento da função afim, bem como não encontramos resquícios do desenvolvimento da forma canônica da função quadrática e ideia de taxa de variação. Da mesma forma, nos cadernos não localizamos uma associação de tais objetos matemáticos com as progressões aritméticas e o movimento uniforme, como foram destacados no LD.

Porém, isso não quer dizer que esse tópico não tenha sido discutido em aula. Afinal, não acompanhamos a exposição oral do professor e reconhecemos que apenas a análise dos registros dos cadernos dos alunos não fornece elementos para inferirmos se o docente trabalhou ou não esses tópicos.

No que se refere a introdução dos conteúdos, concluímos que nos cadernos dos alunos não contém registros da introdução do conteúdo de função afim ou quadrática abordadas no LD, nem registros de exemplos extraídos de algumas das problematizações ou atividades iniciais propostas no livro didático. Por ter apresentado uma maior abordagem nos cadernos dos alunos em comparação com a função quadrática, selecionamos o conteúdo da parte introdutória do capítulo 4 (Figura 19) intitulado *Função afim* para exemplificarmos a abordagem atribuída pelo LD ao expor este assunto.

Figura 19: Procedimento de introdução para função afim no LD *Matemática: Contexto & aplicações.*

1. Introdução

Um representante comercial recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 1 500,00, e uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 6% (0,06) sobre o total das vendas que ele faz durante o mês. Nessas condições, podemos dizer que:

salário mensal = 1 500,00 + 0,06 · (total das vendas do mês)

Observamos então que o salário mensal desse vendedor é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês, ou seja:

$$s(x) = 1\,500{,}00 + 0{,}06x$$
ou $$s(x) = 0{,}06x + 1\,500{,}00$$
ou $$y = 0{,}06x + 1\,500{,}00$$

em que **x** é o total das vendas do mês.

Esse é um exemplo de *função afim*.

Observe outros exemplos:

- Uma pessoa tinha no banco um saldo positivo de R$ 230,00. Após um saque no caixa eletrônico que fornece apenas notas de R$ 50,00, o novo saldo é dado em função do número **x** de notas retiradas. A lei da função é dada por $f(x) = 230 - 50x$ ou $f(x) = -50x + 230$ ou $y = -50x + 230$.
- Em um reservatório havia 50 ℓ de água quando foi aberta uma torneira que despeja 20 ℓ de água por minuto. A quantidade de água no tanque é dada em função do número **x** de minutos em que a torneira fica aberta. A lei dessa função é $f(x) = 20x + 50$ ou $y = 20x + 50$.

Para refletir
Compare as leis dessas funções e procure escrever a lei geral de uma função afim.

2. Definição de função afim

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *função afim* quando existem dois números reais **a** e **b** tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Por exemplo:

- $f(x) = 2x + 1$ $(a = 2, b = 1)$
- $f(x) = -x + 4$ $(a = -1, b = 4)$
- $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$ $\left(a = \frac{1}{3}, b = 5\right)$
- $f(x) = 4x$ $(a = 4, b = 0)$

Observe outro exemplo:

Um motorista de táxi cobra uma taxa fixa de R$ 3,20 pela "bandeirada" mais R$ 1,80 por quilômetro rodado. Assim, o preço de uma corrida de **x** quilômetros é dado, em reais, por:

$$f(x) = 1{,}80x + 3{,}20$$

De modo geral, se o preço da bandeirada fosse **b** reais e o preço do quilômetro rodado **a** reais, então o preço de uma corrida de **x** quilômetros seria dado, em reais, por $f(x) = ax + b$.

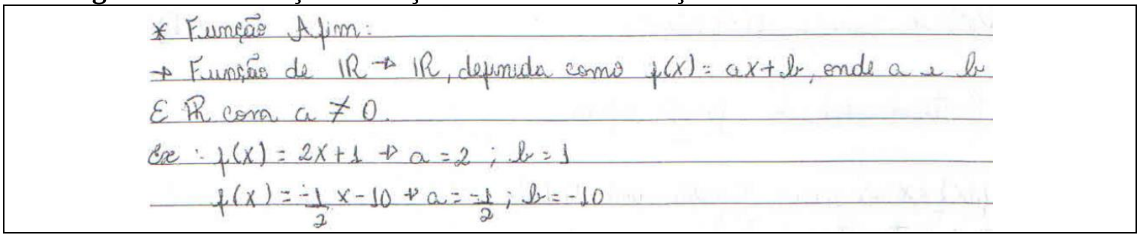
Fonte: Dante (2010, p. 112).

A partir da apreciação da proposta do livro reparamos que o autor apresenta a introdução do conteúdo por meio de três (03) situações-problema que mobilizam a conversão RLN→RAl da função afim. Em seguida, destaca uma definição da função afim acompanhada por quatro exemplos no RAl salientando o coeficiente de inclinação e linear, sem fazer menção a estas nomenclaturas, e por fim, apresenta mais uma situação-problema que se assemelha às três da introdução para generalizar o RAl $f(x) = ax + b$.

Observamos que houve um excesso de atividades mobilizando os mesmos registros e ao nosso ver o autor poderia usar atividades com diferentes registros para dar uma noção mais completa da função afim.

No entanto, ao analisar os quatro (04) cadernos dos alunos, percebemos que não apresentam o registro de uma introdução para o conteúdo função afim e nem o de qualquer uma das quatro (4) situações-problemas expostas pelo LD adotado em sala de aula (Figura 20).

Figura 20: Introdução/definição do conceito de função afim nos cadernos dos alunos.


* Função Afim:

→ Função de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida como $f(x) = ax+b$, onde a e b $\in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$.

Ex: $f(x) = 2x+1 \rightarrow a = 2$; $b = 1$

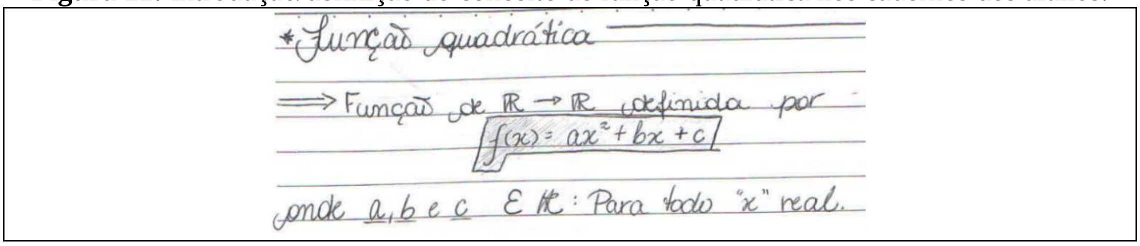
$f(x) = \frac{-1}{2}x - 10 \rightarrow a = \frac{-1}{2}$; $b = -10$

Fonte: CadernoB2.

De posse da Figura 20, observamos também que o tal conteúdo foi iniciado por sua definição seguido por dois exemplos no RAl, sendo um deles idêntico ao apresentado no LD. Além disso, a forma como essa definição foi registrada nos cadernos dos alunos, corresponde ao um caso particular da função afim, denominado função polinomial do 1º grau, visto que o coeficiente de inclinação foi restrito ao conjunto dos números reais não nulo, quando na verdade este deveria pertencer ao conjunto dos números reais para obtermos uma definição mais completa.

Vale ressaltar que um procedimento semelhante também foi adotado na abordagem da função quadrática, conforme verificamos nos cadernos dos alunos (Figura 21).

Figura 21: Introdução/definição do conceito de função quadrática nos cadernos dos alunos.


*Função quadrática

$\Longrightarrow$ Função de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

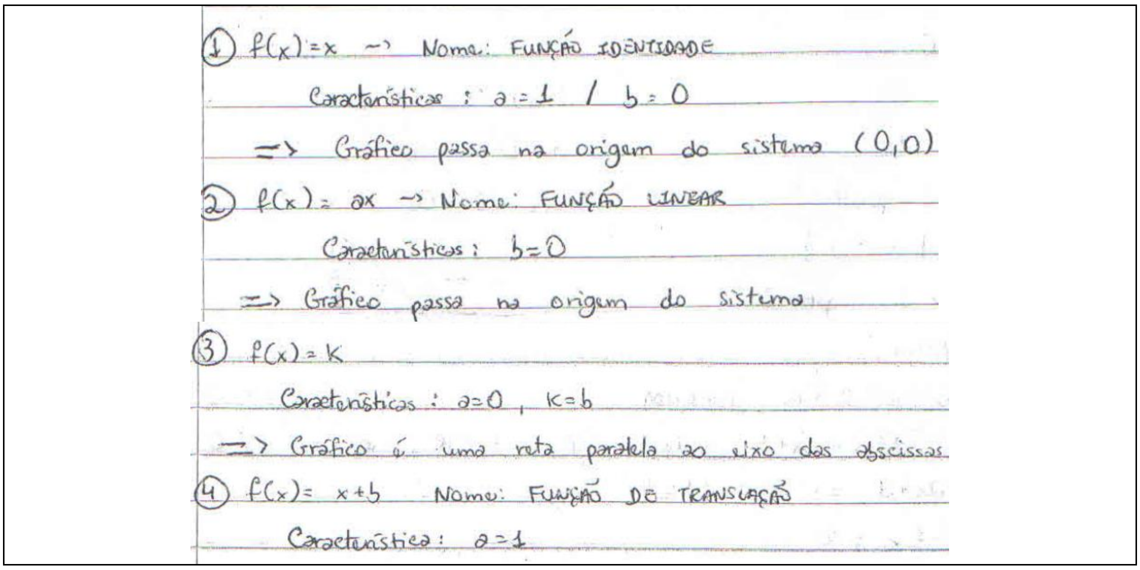
$\boxed{f(x) = ax^2+bx+c}$

onde a, b e c $\in \mathbb{R}$: Para todo "x" real.

Fonte: CadernoA1.

Notamos na Figura 21 que, além de não haver registro de uma problematização e nem introdução do conteúdo de função quadrática, também não foi apresentado nenhum exemplo. Durante a análise dos cadernos, o que também nos chamou atenção foi a explanação dos conteúdos. Estes foram abordados com pouca variedade de registro de representação e por muitas vezes bem resumido e sem exemplos, caracterizando assim um "enclausuramento" de registros (Figura 22).

Figura 22: Explanação dos casos particulares da função afim nos cadernos dos alunos.


① $f(x)=x$ → Nome: FUNÇÃO IDENTIDADE

Características: $a=1$ / $b=0$

=> Gráfico passa na origem do sistema (0,0)

② $f(x)=ax$ → Nome: FUNÇÃO LINEAR

Características: $b=0$

=> Gráfico passa na origem do sistema

③ $f(x)=K$

Características: $a=0$, $K=b$

=> Gráfico é uma reta paralela ao eixo das abscissas

④ $f(x)=x+b$ Nome: FUNÇÃO DE TRANSLAÇÃO

Característica: $a=1$

Fonte: CadernoB1.

Percebemos que nesse extrato do caderno (Figura 22) que para definir cada caso particular da função afim[29], foi empregado o RAl e utilizado o RLN para explicar como seriam seus respectivos gráficos, sem fazer a representação de fato, restringindo assim cada particularidade a representação de apenas um único registro. Tal procedimento pode causar um bloqueio nos alunos, pois segundo Duval (2003):

> Numerosas observações nos permitiram colocar em evidência que os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida. (...) existe como que um "enclausuramento" de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. (p. 21)

No entanto, esse posicionamento pode ter sido adotado pelo fato de que o LD utilizado expor um procedimento semelhante, utilizando-se apenas do RAl para representar tais funções (Figura 23).

[29] Função identidade, função linear, função constante e função de translação.

Figura 23: Explanação dos casos particulares da função afim no LD.

3. Casos particulares importantes da função afim $f(x) = ax + b$

1ª) Função identidade

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesse caso, $a = 1$ e $b = 0$.

2ª) Função linear

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesse caso, $b = 0$. Alguns exemplos:

- $f(x) = -2x$ $(a = -2)$
- $f(x) = \frac{1}{5}x$ $\left(a = \frac{1}{5}\right)$
- $f(x) = \sqrt{3}x$ $(a = \sqrt{3})$
- $f(x) = 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$ $(a = 0)$. Esta é a chamada *função identicamente nula*.

3ª) Função constante

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesse caso, $a = 0$. Alguns exemplos:

- $f(x) = 3$
- $f(x) = -2$
- $f(x) = \frac{3}{4}$
- $f(x) = \sqrt{2}$

4ª) Translação (da função identidade)

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e $b \neq 0$. Nesse caso, $a = 1$. Alguns exemplos:

- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = x - 3$

Fonte: Dante (2010, p. 113).

Tal “enclausuramento”, além de limitar a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos matemáticos já adquiridos, impede a aquisição de novos conhecimentos. Portanto, a partir dos primeiros indícios sobre os tipos de atividades apresentadas nos cadernos dos alunos, sobre os tópicos priorizados para desenvolver o conceito de função afim e quadrática, bem como, sobre se e como tais objetos matemáticos são introduzidos. A seguir passamos a analisar individualmente cada atividade e, por meio de uma comparação com as questões já categorizadas no LD, averiguamos os tipos de registros de representação semiótica apresentados nas atividades presentes nos cadernos dos alunos e como eles são mobilizados.

2.2.3. TRATAMENTO, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Em conformidade com o número de atividades categorizadas nos cadernos dos alunos (Tabela 10), realizamos a terceira e última fase da análise de conteúdo (BARDIN, 2010) por meio da interpretação das informações em relação aos registros mobilizados nas atividades de função afim e quadrática presentes nos cadernos dos alunos (Tabela 11 e 12 e Gráfico 1 e 2).

Vale ressaltar que dentre as cento e vinte e três (123) atividades quantificadas presentes nos cadernos dos alunos (como já foi exposto na Tabela 09) foram categorizadas:

- todas as atividades de função afim e quadrática extraídas do LD, correspondendo a setenta e duas (72) e quinze (15) respectivamente;

- todas as questões de função afim que não faziam parte do LD, treze (13) ao todo;
- todas as atividades de função quadrática que não foram extraídas do livro e não faziam parte da apostila, perfazendo um total de oito (8) questões. Cabe explicar que as atividades da apostila foram contabilizadas, mas não categorizadas, pois não tivemos acesso à mesma e, consequentemente, não conhecemos seus enunciados.

Para melhor visualizar as informações expostas anteriormente e para analisar seus respectivos percentuais construímos a Tabela 10 a seguir:

Tabela 10: Quantitativo das atividades categorizadas nos cadernos dos alunos de ambas as turmas.

Tipo / **N° de atividades**	**Função afim**	**Função quadrática**	**Percentual no total de atividade categorizadas (%)**
Extraídas do LD	72	15	80,55
Não extraídas do LD	13	08	19,45
Total	**85**	**23**	**100**

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Os dados dessa última tabela (Tabela 10) revelaram que foram categorizadas cento e oito (108) atividades dos cadernos, correspondendo a 87,8% do total de questões quantificadas. Sendo que dentre as categorizadas, mais de 80% foram extraídas do LD, comprovando assim que o LD serviu como um importante material de apoio para o desenvolvimento de tais funções.

A fim de analisar detalhadamente cada uma dessas atividades categorizadas, construímos a Tabela 11. Nesta, destaca-se o tipo de transformação semiótica (tratamento ou conversão), o número da atividade, as questões categorizadas em cada tipo de função, os registros mobilizados, o número de atividades de cada caminho e o percentual de atividades que adotaram os respectivos caminhos em relação ao total de atividades categorizadas.

Destacamos ainda que como as atividades que não foram extraídas do livro não seguiam uma ordem e até mesmo algumas não apresentavam numeração para identificá-las, retomamos os cadernos e as enumeramos de acordo com a ordem em que elas iam aparecendo e, para diferenciá-las das que foram extraídas do LD, usamos a letra “E” na frente da numeração. Já no grupo de questões retiradas do livro, adotamos a mesma nomenclatura utilizada na seção 2.1.2 deste capítulo, para identificá-las. Além disso, fizemos uso da tonalidade cinza para diferenciar as atividades que eram de função quadrática.

Tabela 11: Atividades categorizadas nos cadernos dos alunos.

	Nº da atividade	Registros Mobilizados	Quant.	%
Tratamento	3a,b,c, 4a,b,c,d, 8a,b, 35a,b, 36d, 40, 41, 42, 54a,b, E1, E2, E11, E12	RAl	21	19,44
	9c, 10a, 16c	RNm	03	2,78
	10b	RAl	01	0,93
Conversão	55, 58c, 60a, 61b, 62c, AA6, E5, E6, E7, E8, E9, E10	RAl – RGe – RSb	12	11,11
	5a,b,c,d,e,f	RAl – RLN	06	5,56
	1a,b,c,d, 2, 7a,b,c,d, 9b, 16b, 31b, 95b, AA4, AA5, E4	RAl – RNm	16	14,80
	AA2	RAl – RNm – RGr	01	0,93
	36c, 38, E3, E13	RAl – RTb – RGr	04	3,70
	94	RGr – RSb– RAl – RNm	01	0,93
	37, 39, AA8	RGr – RSb – RAl	03	2,78
	9a, 31a, 77, 78, 79, 80, 91, 95a, AA3	RLN – RAl	09	8,33
	16ª	RLN – RAl – RNm	01	0,93
	10b	RNm – RTb	01	0,93
	6a,b, 34a,b, 36b	RSb – RNm – RAl	05	4,63
	36ª	RSb – RNm	01	0,93
	10c	RTb – RNm – RAl	01	0,93
	E4, E5, E6, E7, E8	RAl – RSb – RGe – RSb	05	4,63
	17b, 18a,b,c,d,e,f,g, 68a,b, E3	RAl – RNm	11	10,19
	17ª	RGe – RAl	01	0,93
	E1, E2	RGr – RNm – RAl	02	1,84
	10a, 13	RLN – RAL – RNm	02	1,84
	15	RSb – RAl	01	0,93
		TOTAL	**108**	**100**

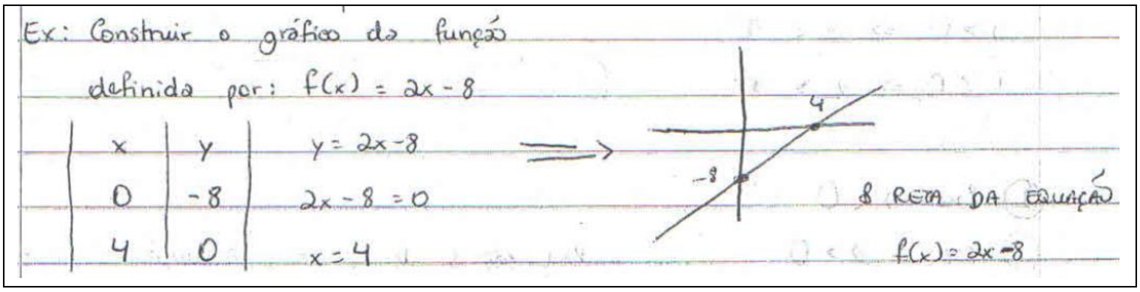
Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Analisando a Tabela 11, observamos que, assim como foi detectado na categorização das atividades do LD, a maioria adotou como registro de partida o RAl, totalizando setenta e sete (77) atividades, correspondendo a 71,3% das questões categorizadas no caderno dos alunos.

Além disso, notamos raras atividades que exigiram conversões considerando RAl→RGr (4,63%) e RGr→RAl (5,56%). Quando essas transformações ocorreram, foram realizadas de uma forma pontual, fazendo uso de tabelas ou pares ordenados aleatórios (ver Figura 24). Isso não garante a aquisição do conhecimento, visto que segundo Mariani (2006)

> As atividades de pontuação e extensão do traçado não garantem a identificação das variáveis da escrita simbólica pertinentes à representação gráfica e a atividade fica baseada na análise de valores particulares. (MARIANI, 2006, p. 23)

Figura 24: Atividade que exemplifica conversão RAl→RGr, fazendo uso do RTb como intermediário.

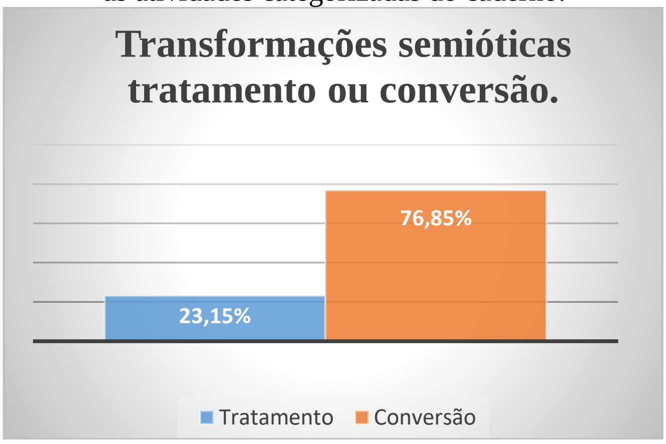


Fonte: CadernoB1.

Na conversão da Figura 24, percebemos que, embora os pontos utilizados na tabela tenham sido os que a reta intercepta os eixos das ordenadas e das abscissas não fica explícito o reconhecimento das variáveis visuais pertinentes.

Por outro lado, reparamos que 76,85% das atividades foram realizadas a partir da transformação semiótica conversão (Gráfico 1). Esta "(...) do ponto de vista cognitivo (...) aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. (DUVAL, 2003, p.16)

Gráfico 1: Percentual de tipo de transformações semióticas: tratamento ou conversão, em todas as atividades categorizadas do caderno.



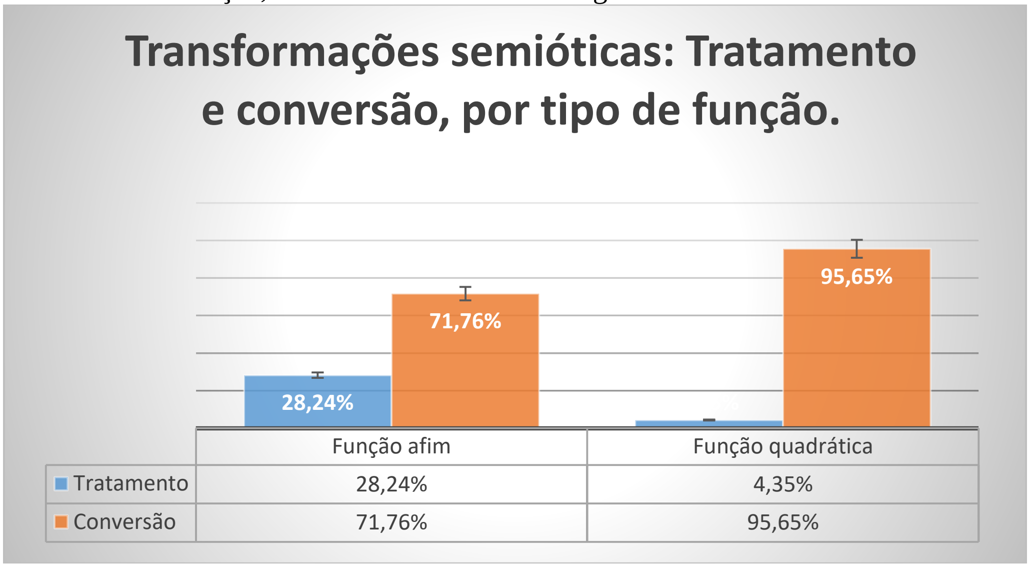
Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Salientamos que o tratamento também é importante, porque são elementos pertinentes a uma análise da ciência da matemática, e é a partir dele que podemos aplicar o estudo dos diversos objetos matemáticos.

Vale relembrar que um resultado semelhante foi obtido na apreciação do LD adotado, em que 89,38% das atividades categorizadas do livro foram resolvidas por meio de conversões.

Para realizar uma análise mais detalhada sobre a mobilização dessas duas transformações semióticas apresentadas nos cadernos dos alunos, construímos o Gráfico 02 que expõe individualmente os percentuais de tratamento e conversões na função afim e quadrática, tomando como base os dados da Tabela 11.

Gráfico 2: Percentual de transformações semióticas: tratamento ou conversão, por tipo de função, em todas as atividades categorizadas do caderno.



FONTE: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Assim como foi feito na apreciação do LD, objetivando realizar uma análise mais detalhadas acerca das conversões presentes nas atividades dos cadernos dos alunos, construímos a Tabela 12, observando apenas as oitenta e três (83) conversões da Tabela 11, contendo o quantitativo de vezes que cada registro apareceu nas atividades categorizadas dos cadernos, bem como seu respectivo percentual, entre parênteses, em relação ao total de conversões. Para isso, levaremos em consideração a sua posição em cada conversão (registro de partida, intermediário ou chegada).

É importante relembrar que uma mesma atividade pode mobilizar mais de um registro intermediário ou, até mesmo, ele pode não ser utilizado. Desse modo, o quantitativo destes não será igual ao total de atividades categorizadas. Além disso, um mesmo registro pode aparecer mais de uma vez numa mesma questão.

Tabela 12: Quantitativo de vezes que cada registro foi mobilizado nas conversões nos cadernos dos alunos (considerando o registro de partida, intermediário e o de chegada).

Registro	Como registro de Partida	Como registro intermediário	Como registro de Chegada
RAl	55 (66,27%)	04 (4,82%)	22 (26,51%)
RGe	01 (1,20%)	17 (20,48%)	00 (0,00)
RGr	06 (7,23%)	00 (0,00)	05 (6,02%)
RLN	12 (14,46%)	00 (0,00)	06 (7,23%)
RNm	01 (1,20%)	09 (10,84%)	32 (38,56%)
RSb	07 (8,44%)	09 (10,84%)	17 (20,48%)
RTb	01 (1,20%)	04 (4,82%)	01 (1,20%)

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

A Tabela 12, revela que a abordagem do objeto matemático função realizada no LD se repetiu nos cadernos dos alunos, uma vez que nas atividades presentes nos cadernos, assim como propostas no LD, não houve um cuidado de propor atividades que realizassem a ida e a volta de registros entre as conversões. Esse dado é evidenciado, principalmente, nas atividades que mobilizam conversões com o RAl, em que cinquenta e cinco (55), 66,27%, das atividades que realizaram conversões o utilizaram como registro de partida, apenas quatro (04), 4,82%, intermediário e vinte e duas (22) 26,51% como registro de chegada. Tal disparidade também ficou expressiva nas conversões que fizeram uso do RNm, visto que apenas uma (01), 1,20%, o utilizou como registro de partida, nove (9), 10,48% intermediário e trinta e duas (32), 38,56% como de chegada.

Essa forma de abordagem, priorizando mais um sentido de conversão em detrimento de outro, pode prejudicar a aquisição do conceito de função, uma vez que os alunos podem apresentar dificuldades de realizar as conversões no sentido contrário.

Ainda analisando a Tabela 12, nota-se também que o RGr pouco foi utilizado, uma vez que apenas onze (11), 13,25%, das conversões mobilizam esse registro. Isso pode categorizar um prejuízo para a construção do conceito não só de função afim e quadrática, visto que essa representação também é fundamental na aquisição do conceito de objetos em outras áreas de conhecimento como é o caso, por exemplo, da Física, em que um estudo com o RGr potencializa a aquisição do conceito de movimento retilíneo uniforme e do movimento uniformemente variado.

CAPÍTULO III: ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Ao selecionar as questões para essa sequência de atividades procuramos eleger aquelas que mais contribuiriam para elencar subsídios que permitissem realizarmos uma abordagem cognitiva dos conceitos de função afim e quadrática. Isso porquê ao adotar os pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica estamos procurando "inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite ao aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino" (DUVAL, 2003, p. 12).

De acordo com essas orientações e a par dos resultados obtidos na análise do livro didático adotado e nos cadernos dos alunos das turmas participantes da pesquisa optamos por selecionar atividades que mobilizassem além do RAl o RGr, pois segundo Duval (2003, 2009, 2011), sua mobilização é essencial para aquisição do conceito de função. Nesse âmbito, nosso objetivo era de analisar se os discentes apresentariam dificuldade na mobilização do registro gráfico durante a realização das atividades e consequentemente das transformações, principalmente de conversão.

Além desses dois registros, também enfatizamos o RLN, em todas as atividades da sequência; o RNm, nas atividades III e IV; e o RTb, na atividade IV. Esses, registros foram explorados em nossa sequência, pois eles também tiveram destaque nas atividades do LD e dos cadernos dos alunos e, dessa forma, queríamos analisar como e quando os alunos os mobilizam.

Ressaltamos que as quatro (04) atividades foram propostos para serem resolvidas sem consulta, individualmente e em um único encontro que ocorreu no mês de dezembro de 2012. Conforme apresentamos na introdução deste texto, esta pesquisa foi desenvolvida em duas turmas de 1º do CODAP/UFS que tinha sessenta e oito (68) alunos matriculados. Porém, no dia da aplicação da sequência de atividades estavam presentes sessenta e um (61) educandos, sendo trinta (30) do 1ºA e trinta e um (31) do 1ºB.

No entanto, ao realizarmos uma rápida análise nos protocolos recebidos, percebemos que seis (06) alunos do 1ºA e quatro (04) do 1ºB responderam apenas o questionário que objetivava traçar o perfil da turma e não resolveram os problemas matemáticos. Dessa forma, na apreciação que apresentaremos a seguir, foram considerados os protocolos de vinte e quatro (24) discentes do 1°A e vinte e sete (27) do 1ºB.

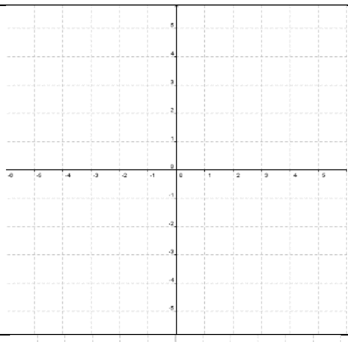
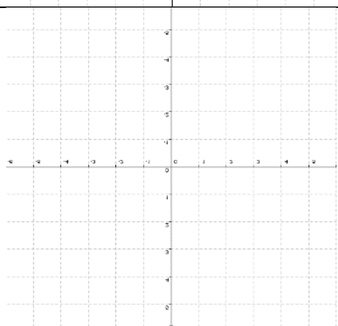
No intuito de manter o anonimato dos participantes, utilizamos os códigos AA1, AA2 até AA24 para os protocolos dos alunos da turma do 1ºA e AB1 até AB27 para o 1ºB.

A seguir, passamos a expor nossas análises de cada atividade seguida de seus respectivos resultados.

3.1. ANÁLISE DA ATIVIDADE I

A atividade I (Figura 25) teve como objetivo principal verificar se os alunos identificam o tipo de função a partir de algumas variáveis visuais pertinentes, bem como, realizam conversão partindo da língua natural para o gráfico, auxiliado ou não pelo registro algébrico.

Figura 25: Atividade I da sequência de atividades.

1. Leia atentamente as afirmações sobre características de uma função e, a seguir, esboce sua representação gráfica.	
1ª afirmação • A função se anula para x = 3; • A função é negativa para todo x real, menores que 3 (x < 3); • Essa função é do tipo f(x) = ax + b; • Para valores de x maior que a raiz a função é positiva, ou seja, tem o mesmo sinal do coeficiente angular (a = 2).	
2ª afirmação • A representação gráfica da função é uma parábola; • A função tem ponto de mínimo; • A função corta o eixo das abscissas nos valores 1 e 2; • O coeficiente de x^2 é a unidade.	

Fonte: Com base na sequência de atividades de Reis (2011).

Nessa atividade, havíamos estimado que os alunos identificassem que a 1ª afirmação se tratasse de uma função afim e a 2ª de uma quadrática e que, ao coordenarem as variáveis escalares das equações (zero da função, coeficientes angular positivo e ponto de mínimo) com as variáveis visuais pertinentes do registro gráfico (inclinação, intersecção com os eixos e concavidade da parábola), procedessem da seguinte forma:

- **Para a 1ª afirmação:** que eles reconhecessem o zero da função afim, $f(0) = 3$; a inclinação da reta e, a partir do tratamento do registro algébrico substituindo $f(0) = 3$ e $a = 2$ na representação algébrica da função afim $f(x) = ax + b$, determinasse o valor do coeficiente linear $(b = -6)$, para, desta forma, traçar a reta com interseção nos eixos cartesianos de par ordenado $(3, 0)$, no eixo das abscissas, e $(0, -6)$ para os eixos das ordenadas.
- **Para a 2ª afirmação**: que os alunos relembrassem que a parábola é o registro gráfico da função quadrática; que identificassem que se tratava de parábola com a concavidade voltada para cima, visto que ela tem ponto de mínimo; que reconhecessem os zeros da função $f(1) = 0$ e $f(2) = 0$ e identificando que $a = 1$, construíssem um sistema e determinassem o coeficiente de x (b) e o termo independente c, determinando assim a forma algébrica da parábola. De posse desta, determinassem o vértice e finalmente construíssem o gráfico, passando pelas coordenadas do vértice e dos pontos que corta o eixo das abscissas.

Com relação aos resultados, esperávamos que boa parte dos alunos apresentariam certa dificuldade já que os mesmos não estavam acostumados a identificar e mobilizar as variáveis visuais pertinentes das funções, conforme pudemos constatar na análise dos cadernos, no Capítulo II.

Para uma melhor visualização dos resultados da 1ª afirmativa, construímos a Tabela 13 destacando o quantitativo de atividades que foram categorizadas como **correta** – o discente traçou a reta de forma adequada passando pelo menos por qualquer um de seus pontos; **equivocada** – o aluno traçou a reta diferente da esperada; **nula –** as que não conseguimos compreender a estratégia que o aluno utilizou para resolvê-la; e **em branco**, como segue:

Tabela 13: Desempenho dos alunos na atividade I: 1ª afirmação.

Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	06 25,00%	06 25,00%	03 12,50%	09 37,50%	24 100%
1º B	11 40,74%	06 22,22%	02 7,41%	08 29,63%	27 100%
Total Geral	17 33,33%	12 23,53%	05 9,81%	17 33,33%	51 100%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Essa tabela revela que a maioria dos alunos, em ambas as turmas, tiveram dificuldade de representar o RGr a partir das variáveis visuais pertinentes da função afim, pois apenas 33,33% deles conseguiram realizar a conversão de maneira adequada. Desse modo, com a finalidade de identificar os encaminhamentos adotados pelos discentes na resolução da atividade I, elaboramos a Tabela 14 que destaca os registros mobilizados por eles em cada tipo de resolução.

Tabela 14: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade I: 1ª afirmação.

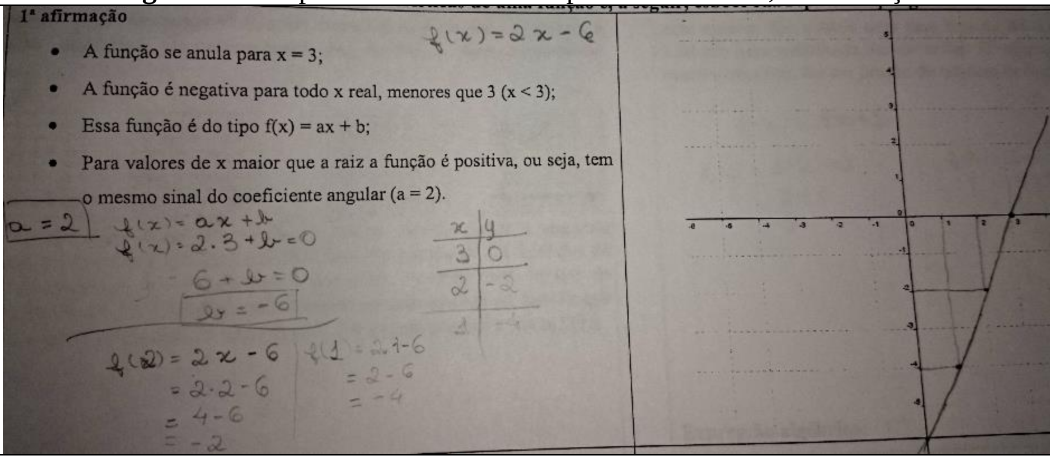
Resolução	Registros Mobilizados	Total (51 alunos)
Correta	RLN→RSb→RAl→RNm→RTb→RGr	06 11,76%
	RLN→RAl→RNm→RGr	03 5,89%
	RLN→RSb→RAl→RGr	05 9,80%
	RLN→RSb→RAl→RNm→RGr	03 5,89%
Equivocada	RLN→RSb→RAl→RNm→RGr	01 1,96%
	RLN→RSb→RAl→RGr	03 5,89%
	RLN→RGr	06 11,76%
	RLN→RNm→RGr	01 1,96%
	RLN→RAl→RNm→RGr	01 1,96%
Nula	RLN→RSb	01 1,96%
	RLN→RSb→RAl	02 3,92%
	RLN→RAl	02 3,92%
Em branco	-	17 33,33%
Total	-	51 100%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Dentre os dezessete (17) alunos que acertaram, destacamos que cinco (05) realizaram conversão RLN→RSb→RAl→RGr, sendo que três (03) deles fizeram o estudo do sinal, verificando que $f(x) < 0$ para $x < 3$, $f(x) = 0$ para $x = 3$ e $f(x) > 0$ para $x > 0$, determinaram o RAl $f(x) = 2x - 6$ e traçaram a reta passando pelo zero da função e pelo valor de b no eixo das ordenadas. Os outros dois (2) sujeitos, que realizaram essa conversão, representaram o ponto em que a função se anula, $f(3) = 0$, o substituiu, junto com o valor do coeficiente de inclinação ($a = 2$), em $f(x) = ax + b$, determinando assim o coeficiente linear (b), encontrando o RAl e, logo após, representaram o RGr a partir do zero da função e do ponto em que a reta intercepta o eixo das ordenadas.

Já seis (6) dos educandos, que também responderam corretamente a 1ª afirmação, realizaram a transformação semiótica fazendo uso do RTb como um dos registros intermediários a partir da conversão RLN→RSb→RAl→RNm→RTb→RGr (ver Figura 26), visto que eles usaram o ponto em que a função se anula e o coeficiente de inclinação para obter o RAl. Em seguida, atribuíram valores a variável x, determinando suas respectivas ordenadas, representando-os em uma tabela. Por fim, colocaram os pontos presentes no RTb no plano cartesiano e traçaram a reta, determinado assim o RGr da função.

Figura 26: Resposta correta do aluno para a atividade I, 1ª afirmação.



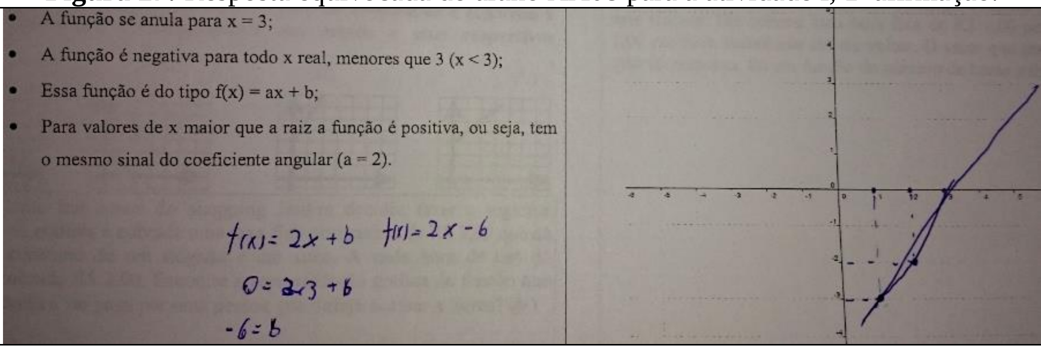
Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB01_atividade I, 1ª afirmação.

O procedimento exposto na Figura 26 foi o adotado no livro didático e nos cadernos dos alunos, mas de acordo com Duval (2003, 2009, 2011), trata-se de uma abordagem pontual e, dessa maneira, não garante a transformação inversa.

Reparamos que o RAl se fez presente em todas as respostas corretas, assim como em praticamente 100% das atividades no caderno dos alunos, seguido do RNm e RSb, também, utilizados nesse material didático.

Por outro lado, dentre os doze (12) alunos que cometeram equívocos, quatro (4) realizaram corretamente a conversão RLN⟶RAl, intermediada pelo RSb. Porém, para representar o RGr determinaram pontos que não pertencem a reta procurada. Desse modo, plotaram os pontos, representando um gráfico que não atende as variáveis visuais pertinentes expressas no problema (Figura 27).

Figura 27: Resposta equivocada do aluno AA08 para a atividade I, 1ª afirmação.

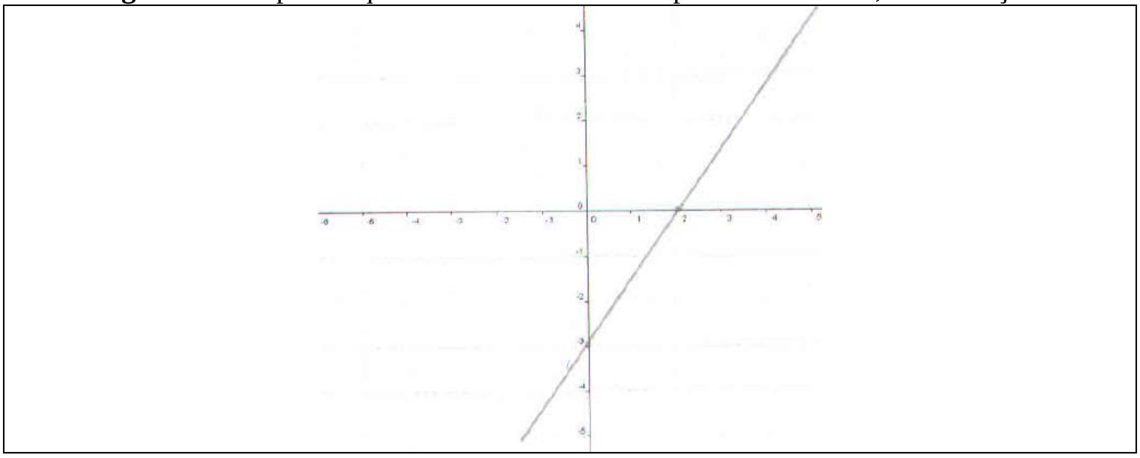


Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA08_atividade I, 1ª afirmação.

Na Figura 27, foi representado o par ordenado $(1, -3)$ quando na verdade deveria ser $(1, -4)$. Isso, provavelmente, deve ter ocorrido a um equívoco ao realizar a operação da adição e/ou multiplicação durante os cálculos da ordenada.

Seis (6) alunos conseguiram identificar que o problema representava uma função crescente, sendo que (4) realizaram diretamente a transformação RLN→RGr, um (1) a conversão RLN→RNm→RGr e o outro RLN→RAl→RNm→RGr. No entanto, todos os seis (6) confundiram os valores numéricos apresentados no enunciado com os pontos em que a reta intercepta os eixos das abscissas e das ordenadas, ver Figura 28.

Figura 28: Resposta equivocada do aluno AB27 para a atividade I, 1ª afirmação.



Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB27_atividade I, 1ª afirmação.

Nesta última figura, os alunos aparentemente confundiram o coeficiente de inclinação com o zero da função e interpretaram o tópico que diz: *a função é negativa para todo x real, menores que 3 ($x < 3$)*, ou seja, $(0, -3)$ é o par ordenado que intercepta o eixo das ordenadas.

Os outros dois (2) alunos que realizaram a conversão RLN⟶RGr, mas que não apresentaram resultados esperados, um deles construiu uma parábola para representar o RGr da função afim, sem apresentar argumentos para essa escolha. Já o outro traçou uma reta decrescente, passando pelos pontos $(2, 0)$ e $(0, 3)$, pois no enunciado do problema aparece os valores numéricos 2 e 3, demostrando desconhecer a relação do coeficiente de inclinação com a inclinação da reta.

Desse modo, notamos que a maioria dos alunos apresentam facilidade na conversão do RLN⟶RAl, mas tiveram dificuldades de realizar a transformação para o RGr, conforme tínhamos previsto. Tal problema pode estar vinculado ao fato desse registro raramente ter sido abordado no desenvolvimento das atividades propostas no livro didático e apresentadas nos cadernos dos alunos.

Analisando as transformações semióticas bem como os registros mobilizados pelos alunos na **2ª afirmação** da atividade I (Figura 25), concluímos que elas poderiam ser classificadas em: **correta** – os alunos construíram a parábola a partir dos zeros da função, do ponto em que ela intercepta o eixo das ordenadas e das coordenadas do vértice; **parcialmente correta** – os educandos esboçaram a parábola com a concavidade voltada para cima, passando pelos zeros da função e pelo ponto em que a parábola intercepta o eixo das ordenadas, mas não determinaram as coordenadas do vértice; **equivocada** – os discentes traçaram a parábola com a concavidade voltada para baixo passando pelos zeros da função ou a representaram com a concavidade voltada para cima passando pelos pontos que ela corta o eixo das abscissas, mas interceptando o eixo das ordenadas em um ponto diferente do esperado; **nula –** os alunos apresentaram parábola passando por pontos que não pertencem a função quadrática enunciada, porém não conseguimos identificar quais foram suas estratégias para realizar a transformação; e **em branco** (ver Tabela 15).

Tabela 15: Desempenho dos alunos na atividade I: 2ª afirmação.

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	01 4,17%	03 12,50%	10 41,66%	01 4,17%	09 37,50%	24 100,00%
1º B	00	03 11,11%	10 37,04%	04 14,81%	10 37,04%	27 100,00%
Total Geral	01 1,96%	06 11,76%	20 39,22%	05 9,80%	19 37,26%	51 100%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Os resultados apresentados nessa tabela revelaram que os alunos praticamente não conseguiram representar o RGr da função quadrática de maneira adequada, visto que apenas um (01) construiu a parábola passando pelo ponto em que ela corta o eixo da abscissa (zeros da função), do ponto em que ela intercepta o eixo das ordenadas (valor do termo independente) e das coordenadas do vértice. Sendo assim, fica evidente a dificuldade desses dissentes em representar o RGr de uma função a partir das variáveis visuais pertinentes, pois como vimos na análise da 1ª afirmação da atividade I, a maioria deles também não conseguiram representar o registro gráfico, a reta, da função afim de forma correta.

Contudo, os alunos realizaram várias conversões, conforme expomos na Tabela 16, sendo que algumas ajudaram a chegar em resultados próximos do esperado e outras prejudicaram o processo de transformação de registros.

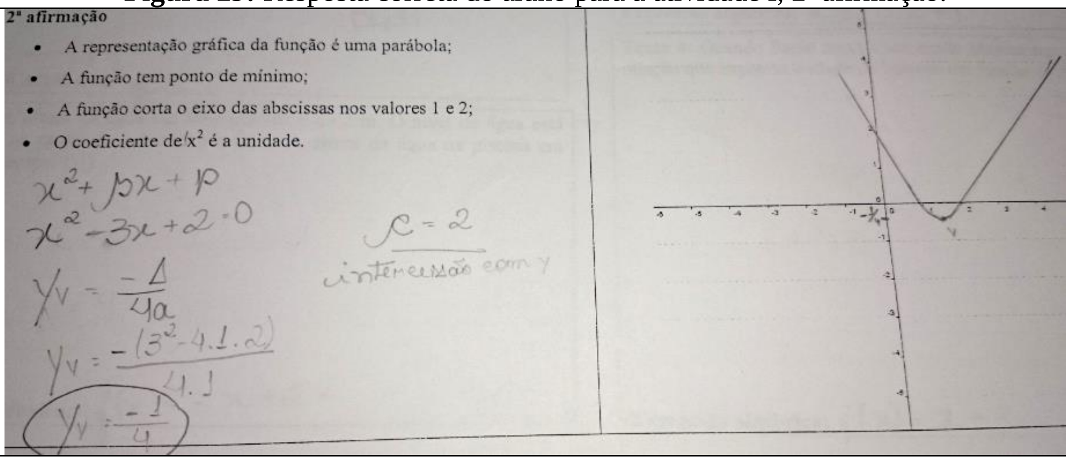
Tabela 16: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade I: 2ª afirmação.

Resolução	Registros Mobilizados	Total (51 alunos)
Correta	RLN→RAl→RNm→RGr	01 1,96%
Parcialmente correta	RLN→RGr	04 7,84%
	RLN→RNm→RAl→RGr	02 3,92%
Equivocada	RLN→RGr	18 35,30%
	RLN→RNm→RAl→RTb→RGr	02 3,92%
Nula	RLN→RGr	02 3,92%
	RLN→RAl	03 5,88%
Em branco	-	19 37,26%
Total	-	51 100,00%

FONTE: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Como está supracitado, apenas um aluno construiu adequadamente o gráfico e utilizou a transformação RLN→RAl→RNm→RGr. Para isso, ele determinou o RAl da função a partir da soma e do produto dos zeros da função, calculou o vértice da parábola fazendo uso dos coeficientes dos termos apresentados no RAl, identificou o termo independente como sendo a ordenada do ponto em que a parábola intercepta o eixo das ordenadas e, então, apresentou o RGr (Figura 29).

Figura 29: Resposta correta do aluno para a atividade I, 2ª afirmação.



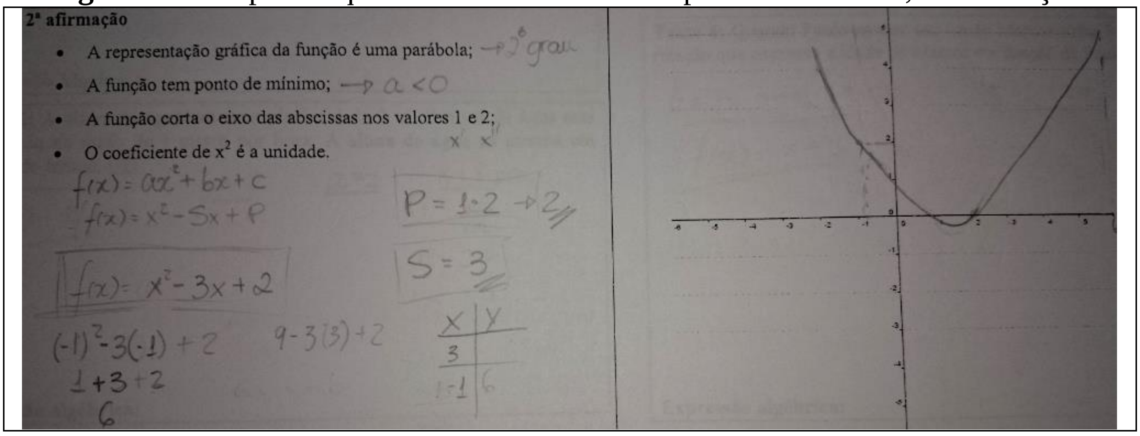
FONTE: Sequência de atividades: protocolo AA02_Problema I, 2ª afirmação.

O procedimento apresentado nessa figura corresponde a uma análise global, uma vez que o aluno explorou todas as variáveis visuais pertinentes para a realizar a conversão e, dessa forma, de acordo com Duval (2003, 2009, 2011) tal abordagem pode garantir a aquisição do conhecimento.

Dois (2) alunos também calcularam a soma e o produto dos zeros da função para representar o RAl, porém na conversão RAl⟶RGr, embora tenham traçado a parábola passando pelos pontos de intersecção com os eixos das abscissas e das ordenadas, não apresentaram o vértice. Dessa maneira, consideramos tal resolução como sendo parcialmente correta.

Além disso, outros dois (2) alunos também realizaram a transformação RLN⟶RAl semelhante a apresentada na Figura 29, mas na conversão RAl⟶RGr usaram o RTb, como intermediário, com valores equivocados e então traçaram a parábola passando pelos zeros da função, conforme Figura 30. Dessa maneira, consideramos tal resolução como sendo equivocada.

Figura 30: Resposta equivocada do AA03 aluno para a atividade I, 2ª afirmação.



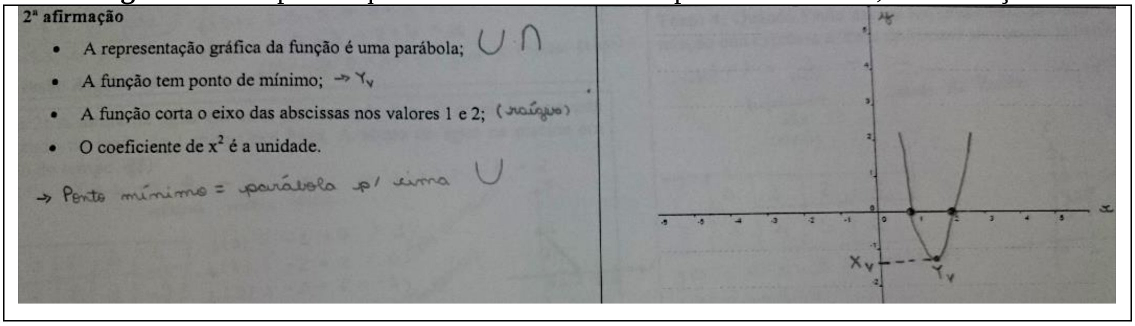
FONTE: Sequência de atividades: protocolo AA03_atividade I, 2ª afirmação.

Analisando os protocolos desses cinco (5) alunos – um (1) do grupo de resposta correta, dois (2) parcialmente correta e mais dois (2) equivocadas – percebemos que todos efetuaram a soma $(1 + 2 = 3)$ e o produto $(1 \cdot 2 = 2)$ dos zeros da função para chegar ao RAl $f(x) = x^2 - 3x + 2$, caracterizando assim uma análise global em relação a conversão RLN⟶RAl. Entretanto, apenas um realizou a conversão RAl⟶RGr, o que nos leva a concluir que os outros podem desconhecer as relações existentes entre as variáveis pertinentes dos RAl e RGr.

Os quatro (4) alunos no grupo de respostas parcialmente corretas que adotaram a conversão RLN⟶RGr, construíram uma parábola com a concavidade voltada para cima cortando o eixo das abscissas nos zeros da função e das ordenadas no valor do termo independente, sem passar pelo vértice e sem apresentar nenhum cálculo.

Já entre os dezoito (18) sujeitos da pesquisa que converteram do registro em língua natural para o gráfico, quatro (4) construíram uma parábola com a concavidade voltada para baixo passando pelos pontos que representam os zeros da função e quatorze (14) usaram apenas esses pares ordenados para traçar uma parábola com a concavidade voltada para cima, sendo que um (1) deles tentou representar, de maneira equivocada, o vértice, ver Figura 31.

Figura 31: Resposta equivocada do aluno AB12 para a atividade I, 2ª afirmação.

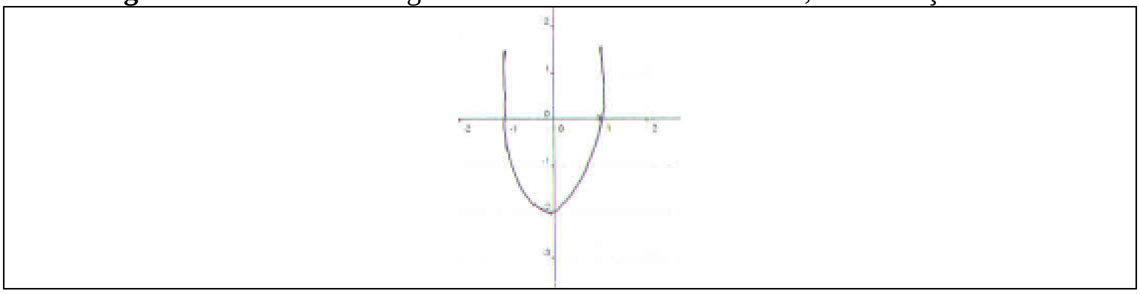


FONTE: Sequência de atividades: protocolo AB12_atividade I, 2ª afirmação.

No protocolo reproduzido nesta figura, reparamos que o aluno identificou que a concavidade da parábola era voltada para cima, pois tinha-se um ponto de mínimo, e conseguiu associar os zeros da função com os pontos de intersecção com os eixos das abscissas, mas além de não apresentar o ponto que o RGr corta o eixo das ordenadas, apresentou o vértice com coordenadas equivocadas.

Em relação às cinco (5) respostas que consideramos nulas, em três (3) delas os alunos tentaram representar apenas o RAl, mas não conseguiram chegar à representação correta e nas outras duas (2), tentaram converter do RLN⟶RGr sem apresentar nenhum cálculo e esboçaram uma parábola com a concavidade voltada para cima, passando por pontos quaisquer do plano cartesiano sem nenhuma lógica aparente, ver Figura 32.

Figura 32: Atividade categorizada como nula na atividade I, 2ª afirmação.



FONTE: Sequência de atividades: protocolo AA12_atividade I, 2ª afirmação.

Notamos que na 2ª afirmação a maioria dos alunos também tive facilidade de realizar transformações em que o RAl era o registro de chegada e dificuldades quando esse era o RGr.

Portanto, a partir da apreciação dos resultados das duas afirmações da atividade I, percebemos que praticamente todos os alunos realizaram uma abordagem pontual, pois poucos fizeram uso das variáveis visuais pertinentes na mobilização entre os registros. Além disso, os alunos apresentaram mais facilidade de mobilizar o RAl e dificuldades de representar o RGr. Tais fatos também foram diagnosticados nas análises do LD e dos cadernos dos alunos e, por isso, podem ter contribuído para esse resultado.

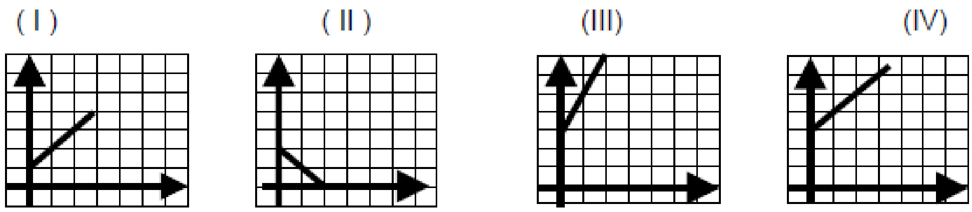
3.2. ANÁLISE DA ATIVIDADE II

Os PCN trazem um destaque especial para o trabalho com problemas que privilegiam situações do nosso cotidiano, permitindo estabelecer relações entre o conteúdo trabalhado e uma determinada situação-problema.

Dessa forma, objetivamos nessa atividade II (Figura 33) observar como as representações semióticas são coordenadas durante essas situações-problema e, mais especificamente, analisar a mobilização desses alunos ao realizar conversões envolvendo o RLN, RAl e RGr.

Figura 33: Atividade II da sequência de atividades.

2. Relacione os gráficos a seguir com os seus textos correspondentes, descreva os procedimentos utilizados para tal associação e construa a expressão algébrica correspondente aos textos e seus respectivos gráficos.



Texto 1: Uma *lan house* do shopping Jardim decidiu fazer a seguinte promoção, na entrada é cobrada uma taxa fixa obrigatória de R$ 3,00 que dá direito ao consumo de um salgado e um suco. A cada hora de uso da internet é cobrado R$ 2,00. Encontre a representação gráfica da função que indica a quantia a ser paga por uma pessoa que deseja acessar x horas? (   )

Expressão Algébrica:

Texto 2: A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina em função do tempo. (   )

Expressão algébrica:

Texto 3: João foi contratado pelo vizinho para molhar seu jardim enquanto este viajava. Ele cobrou uma taxa fixa de R$ 1,00 pelo serviço, mais R$ 1,00 por hora trabalhada até ele voltar. O valor que seu vizinho lhe pagou, quando retornou, foi em função do número de horas trabalhadas. (   )

Expressão algébrica:

Texto 4: Quando Paulo nasceu seu irmão Marcos tinha 3 anos de idade. A relação que expressa a idade de Marcos em função de Paulo, em anos é: (   )

Expressão algébrica:

FONTE: Com base na sequência de atividades de Lopes Junior (2006).

A identificação e a coordenação dessas representações semióticas (língua natural, expressões algébricas e gráficos) podem promover uma melhor apreensão do conceito de função afim a partir de suas possíveis conversões.

Em relação a conversão RGr→RLN, as variáveis visuais dos gráficos podem se apresentar como verdadeiros entraves, uma vez que, para Duval (2003), nos registros gráficos a questão do tratamento se torna mais complexa na medida em que os seus tratamentos não são algoritmizáveis.

No entanto, com relação a conversão RLN→RGr, o autor nos chama a atenção para o seguinte aspecto: a passagem de um enunciado em língua natural para uma representação gráfica, que se encontra em um outro registro, deve proporcionar um conjunto de elementos com uma maior complexidade, o autor o classifica como multifuncional.

Achávamos que poucos alunos teriam dificuldades de realizar as conversões RLN→RAl dos textos 1, 3 e 4, pois essas exigem uma variação de congruência, permitindo uma fácil codificação dos registros. Além disso, durante a análise do LD e do caderno dos alunos, observamos que algumas atividades exigiram conversões semelhantes à essas, por essa razão, acreditávamos que boa parte dos sujeitos da pesquisa não teria dificuldade de responder. Já no Texto 2, por representar uma situação de não-congruência, esperávamos que boa parte da turma cometesse equívocos e não conseguiram representar adequadamente a função no RAl.

Para selecionar o RGr, esperávamos que todos os alunos partissem do RAl e não do RLN, pois em todas as atividades do caderno que exigia a conversão RLN→RGr, determinava-se a representação algébrica para depois construir o gráfico. Contudo, aguardávamos que os alunos apresentassem confusões, principalmente, entre os RGr (III) e (IV), visto que estes partem do mesmo ponto de interseção com o eixo das ordenadas e tenham inclinações parecidas. Por outro lado, pode ser que alguns alunos recorressem para o RTb, na tentativa de pontuar cada parte da reta e assim conseguissem identificar a relação do RLN com o RGr. Contudo, não podíamos descartar a possibilidade de os alunos identificassem o termo independente b como a ordenada em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas e determinassem o coeficiente de inclinação a partir da taxa de variação da função afim, uma vez que tal procedimento também foi identificado na análise do LD e dos cadernos dos alunos, e assim relacionassem as três representações envolvidas no problema.

A mobilização desses registros pelos alunos pode proporcionar processos internos de validação e, assim, observamos ao longo da atividade um aspecto cognitivo considerado importante na teoria de Duval (2003, 2009, 2011), ou seja, o modo com que os alunos realizam suas escolhas, priorizando determinados sentidos nas conversões e, até que ponto conseguimos identificar situações de congruência.

Analisando os protocolos da atividade II, reparamos que os textos 1 e 4 apresentaram os mesmos resultados, ou seja, observamos que os alunos que apresentaram respostas corretas, parcialmente corretas ou equivocadas no texto 1, também eram classificadas dessa mesma maneira no texto 4. Assim, na Tabela 17, quantificamos as atividades que foram categorizadas como **corretas** – para as que o RAl e RGr foram representados de maneira esperada; **parcialmente corretas –** para as que representaram apenas um dos dois registros, RAl ou RGr; **equivocadas –** para as que apresentaram um dos dois registros, ou ambos, de maneira equivocada; e **nula** – para os protocolos que têm apenas a marcação do RGr, sem apresentação das estratégias utilizadas pelo aluno. Destacamos que nenhum aluno deixou a atividade II em branco.

Tabela 17: Desempenho dos alunos na atividade II: textos 1 e 4.

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Equivocada	Nula	Total por turma
1º A	17 70,83%	01 4,17%	05 20,83%	01 4,17%	24 100,00%
1º B	22 81,48%	01 3,70%	04 14,82%	00	27 100,00%
Total Geral	39 76,47%	02 3,92%	09 17,65%	01 1,96%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Como havíamos previsto, a maioria (76,47%) dos sujeitos da pesquisa conseguiram resolver os problemas dos textos 1 e 4 corretamente. Como boa parte desses alunos não obtiveram sucesso na 1ª afirmação da atividade I da seção 3.1 deste capítulo, a qual também exigia conversões envolvendo o RLN, RAl e RGr, provavelmente esse resultado positivo ocorreu porque nesses dois textos os registros algébricos transparecem de certa forma nas representações em língua natural e as conversões se assemelha a uma situação de simples codificação, caracterizando assim atividades que envolvem situações de congruência.

Durante a apreciação dessa atividade II, notamos que os registros e as conversões empregados na resolução do texto 1 foram os mesmos representados no texto 4. Por essa razão, também destacamos em uma mesma tabela (Tabela 18) os registros mobilizados pelos discentes nas resoluções dessas duas partes da atividade, levando em consideração cada categoria: correta, parcialmente correta e equivocada.

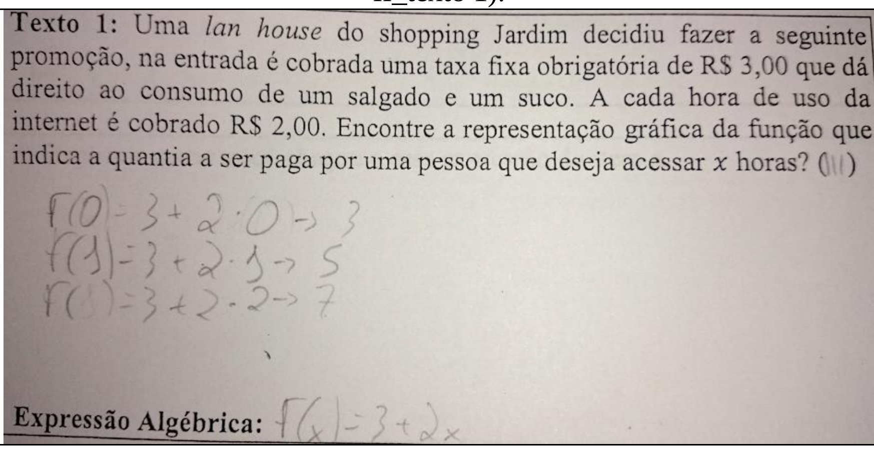
Tabela 18: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade II: textos 1 e 4.

Resolução	**Registros Mobilizados**	**Total (51 alunos)**
Correta	RLN→RAl→RGr	26 50,98%
	RLN→RAl→RNm→RGr	08 15,69%
	RLN→RAl→RTb→RGr	05 9,80%
Parcialmente correta	RLN→RAl	02 3,92%
Equivocada	RLN→RAl→RGr	07 13,73%
	RLN→RAl→RNm→RGr	02 3,92%
Nula	RLN→RGr	01 1,96%
Total	-	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Dentre os trinta e nove (39) alunos que solucionaram o texto 1 e 4 corretamente, vinte e seis (26) apresentaram o RAl e indicaram qual era o RGr sem apresentar nenhuma explicação e/ou cálculo para isso. Dessa maneira, acreditamos que eles realizaram uma análises globais na conversão RLN→RAl→RGr, considerando as variáveis visuais pertinentes pertencentes a essas representações, pois em atividades que envolve situações congruentes os registros apresentam as mesmas características; e treze (13) fizeram análises pontuais, uma vez que oito (8) atribuíram valores as abscissas para determinar as ordenadas, identificando o gráfico correspondente (ver Figura 34), e cinco (5) usaram o RTb para determinar o RGr.

Figura 34: Conversão RLN→RAl→RNm→RGr a partira de uma análise pontual (atividade II_texto 1).


Texto 1: Uma *lan house* do shopping Jardim decidiu fazer a seguinte promoção, na entrada é cobrada uma taxa fixa obrigatória de R$ 3,00 que dá direito ao consumo de um salgado e um suco. A cada hora de uso da internet é cobrado R$ 2,00. Encontre a representação gráfica da função que indica a quantia a ser paga por uma pessoa que deseja acessar x horas?

$f(0)=3+2\cdot 0\to 3$
$f(1)=3+2\cdot 1\to 5$
$f(\ )=3+2\cdot 2\to 7$

Expressão Algébrica: $f(x)=3+2x$

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB21_atividade II, texto 1.

Nesse protocolo, o aluno apresentou casos pontuais do que estava exposto no RAl, já que primeiro calculou, individualmente, a quantidade a ser paga em zero, uma e três horas, respectivamente, de uso da internet, para então chegar ao RGr. Tal procedimento, conforme Duval (2003, 2009, 2011), não garante que o aluno tenha adquirido o conceito de função afim, uma vez que utilizando esse procedimento o caminho de volta, RGr→RAl, não será tão simples.

Os nove (9) alunos que cometeram equívocos representaram corretamente o RAl dos textos 1 e 2 convertendo-os equivocadamente no gráfico (IV) e no (III), respectivamente, quando na verdade deveria ser o contrário. Este fato pode ter ocorrido, porque em ambas as funções o termo independente (o valor que a reta corta o eixo das ordenadas) são iguais. Assim, caberia ao aluno observar quem tinha o coeficiente de inclinação maior. No entanto, dois (2) deles, mesmo usando o RNm não conseguiram identificar as representações gráficas corretamente.

Uma outra parte da atividade II em que os alunos obtiveram sucesso, tanto na conversão do RLN→RAl como do RAl→RGr, foi a do texto 3, conforme expomos na Tabela 19.

Tabela 19: Desempenho dos alunos na atividade II: texto 3.

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Nula	Total por turma
1º A	23 95,83%	00	01 4,17%	24 100,00%
1º B	26 96,30%	01 3,70%	00	27 100,00%
Total Geral	49 96,08%	01 1,96%	01 1,96%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Praticamente todos os alunos responderam corretamente a atividade proposta no texto 3 e não foi encontrado nenhum equívoco. Esse fato, também decorre por ela envolver situação de congruências, assim como nos textos 1 e 4 e porque era impossível confundir o coeficiente de inclinação com o do termo independente, já que eles eram iguais. Contudo, foram adotados alguns tipos de conversões utilizando diferentes registros de representação da função afim, ver Tabela 20.

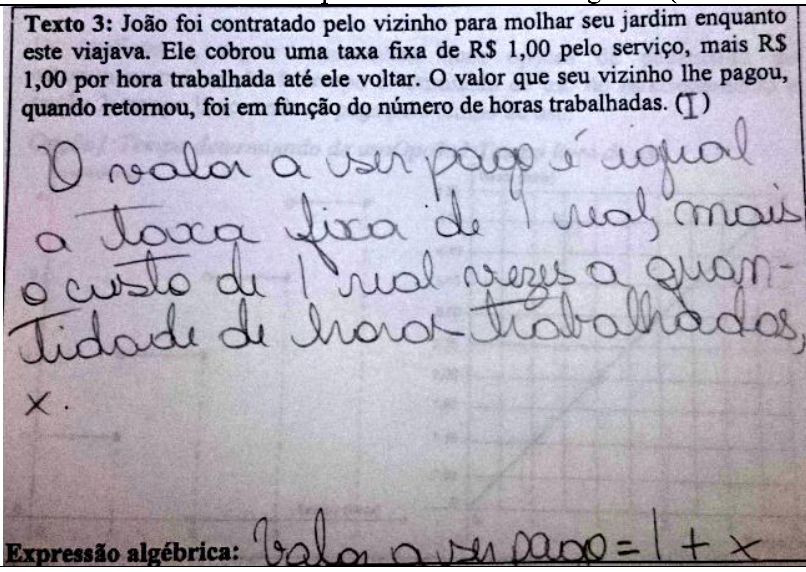
Tabela 20: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade II: texto 3.

Resolução	Registros Mobilizados	Total (51 alunos)
Correta	RLN→RAl→RGr	37 72,55%
	RLN→RAl→RNm→RGr	08 15,69%
	RLN→RAl→RTb→RGr	04 7,84%
Parcialmente correta	RLN→RAl	01 1,96%
Nula	RLN→RGr	01 1,96%
Total	-	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Todas as conversões destacadas nessa tabela seguiram os mesmos procedimentos descritos na análise dos Textos 1 e 4, exceto uma (1) categorizada como correta, reproduzida na Figura 35, a seguir.

Figura 35: Conversão RLN→RAl a partira de uma análise global (atividade II, texto 3).



Texto 3: João foi contratado pelo vizinho para molhar seu jardim enquanto este viajava. Ele cobrou uma taxa fixa de R$ 1,00 pelo serviço, mais R$ 1,00 por hora trabalhada até ele voltar. O valor que seu vizinho lhe pagou, quando retornou, foi em função do número de horas trabalhadas. (I)

O valor a ser pago é igual a taxa fixa de 1 real, mais o custo de 1 real vezes a quan-tidade de horas trabalhadas, x.

Expressão algébrica: Valor a ser pago = 1 + x

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA01_atividade II, texto 3.

Percebemos na resolução apresentada na Figura 35 que o aluno faz um tratamento do RLN para sintetizar o que diz o texto 3 e em seguida converte para o RAl e RGr sem realizar nenhum cálculo.

Com o objetivo de quantificar as atividades resolvidas do texto 2, construímos a Tabela 21, as categorizando em correta, parcialmente correta, equivocada e nula seguindo os mesmos princípios da categorização das atividades do texto 1 e 3, definidas nesta seção do texto.

Tabela 21: Desempenho dos alunos na atividade II: textos 2.

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Equivocada	Nula	Total por turma
1º A	08 33,33%	00	11 45,83%	05 20,84%	24 100,00%
1º B	21 77,78%	01 3,70%	03 11,11%	02 7,41%	27 100,00%
Total Geral	29 56,86%	01 1,96%	14 27,45%	07 13,73%	51 100,00

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Analisando essa tabela vimos que dos quatro problemas propostos na atividade II, o texto 2 foi a atividade em que os alunos mais apresentaram dificuldades, uma vez que vinte e nove (29) deles apresentaram resoluções certas, atingindo o menor percentual dentre as atividades desta seção, aproximadamente 56,86% do total geral. Conforme já mencionamos, esperávamos por esse resultado, pois essa atividade expressa uma situação de não-congruência – quando há necessidade de reorganização da expressão do registro de partida para se obter a expressão correspondente no registro de chegada, conforme apresentamos no Capítulo I deste texto.

A seguir, elencamos na Tabela 22 os registros mobilizados pelos discentes nas resoluções do texto 2, de acordo com suas respectivas categorias: correta, parcialmente correta, equivocada e nula.

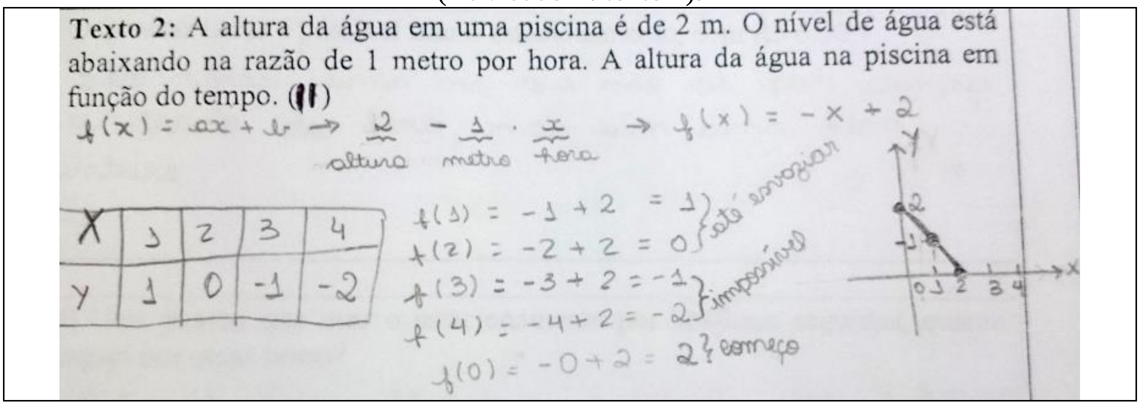
Tabela 22: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade II: texto 2.

Resolução	**Registros Mobilizados**	**Total (51 alunos)**
Correta	RLN→RAl→RGr	20 39,22%
	RLN→RAl→RNm→RGr	05 9,80%
	RLN→RAl→RTb→RGr	03 5,88%
	RLN→RFg→RAl→RGr	01 1,96%
Parcialmente correta	RLN→RAl	01 1,96%
Equivocada	RLN→RAl→RGr	11 21,57%
	RLN→RAl→RNm→RGr	02 3,92%
	RLN→RFg→RAl→RGr	01 1,96%
Nula	RLN→RGr	07 13,73%
Total	-	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Mais uma vez, em todas as conversões RLN→RAl , RLN→RAl→RGr, RLN→RAl→RNm→RGr, RLN→RAl→RTb→RGr e RLN→RGr apresentadas nessa tabela seguiram os mesmos caminhos dos outros três problemas dessa atividade II. No entanto, destacamos a estratégia apresentada no protocolo reproduzido na Figura 36.

Figura 36: Resposta correta utilizando o RTb como intermediário na conversão do RAl→RGr (Atividade II: texto 2).

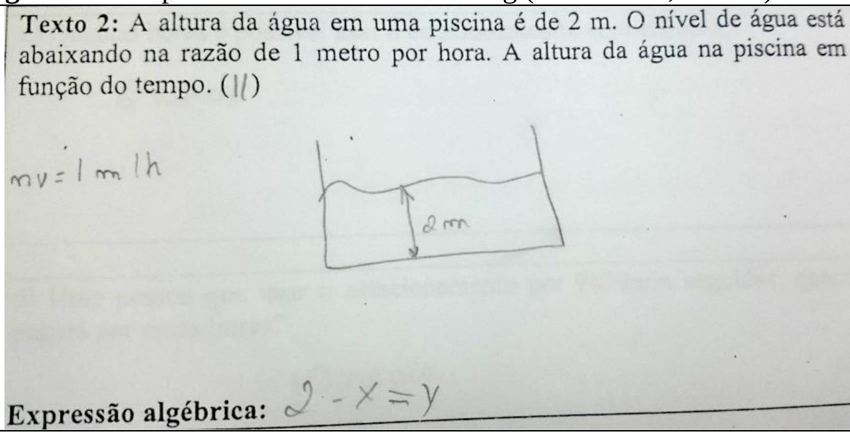


Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB12_atividade II, texto 2.

Esta resolução merece destaque, porque o aluno realizou a conversão RLN→RAl levando em consideração a altura máxima (valor fixo) e o tempo decorrido (valor variável), que poderemos considerar como uma análise global. Em seguida, a fim de promover a conversão RAl→RGr atribuiu valores as abscissas, determinado as respectivas ordenadas, fazendo assim uma análise pontual dos pares ordenados que representam o começo e o fim da reta, bem como os que não faziam parte da mesma, e apresentou o RTb da função, para posteriormente expor o RGr.

Além das conversões supracitadas, dois (2) alunos realizaram a conversão RLN→RFg→RAl→RGr, sendo que uma (1) foi categorizada como correta (ver Figura 37), e a outra como equivocada (ver Figura 38).

Figura 37: Resposta correta utilizando o RFg (atividade II, texto 2).


Texto 2: A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina em função do tempo. (II)

mv = 1 m/h

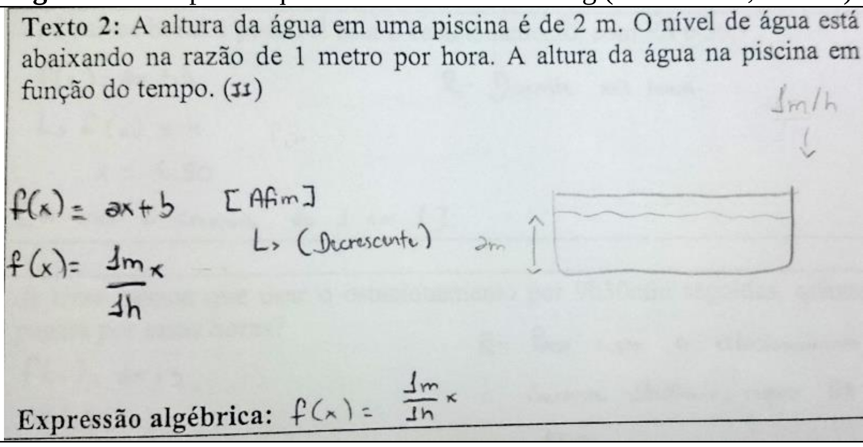
2 m

Expressão algébrica: 2 - x = y

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA09_atividade II, texto 2.

O aluno fez uso do RFg para representar a piscina indicando o nível máximo da água em 2 metros. Em seguida, observou que o tal nível abaixava em um metro por hora, indicando-o por $nv = 1m/h$ e, assim, representou os RAl e RGr corretamente. Observamos que a estratégia de representar a função no RFg foi fundamental para que o aluno realizasse a conversão adequadamente. Contudo, um outro aluno que utilizou estratégia semelhante não teve o mesmo êxito, conforme apresentamos na Figura 38.

Figura 38: Resposta equivocada utilizando o RFg (atividade II, texto 2).


Texto 2: A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina em função do tempo. (II)

1m/h

f(x) = ax+b [Afim]

L> (Decrescente)

2m

$f(x) = \frac{1m}{1h} x$

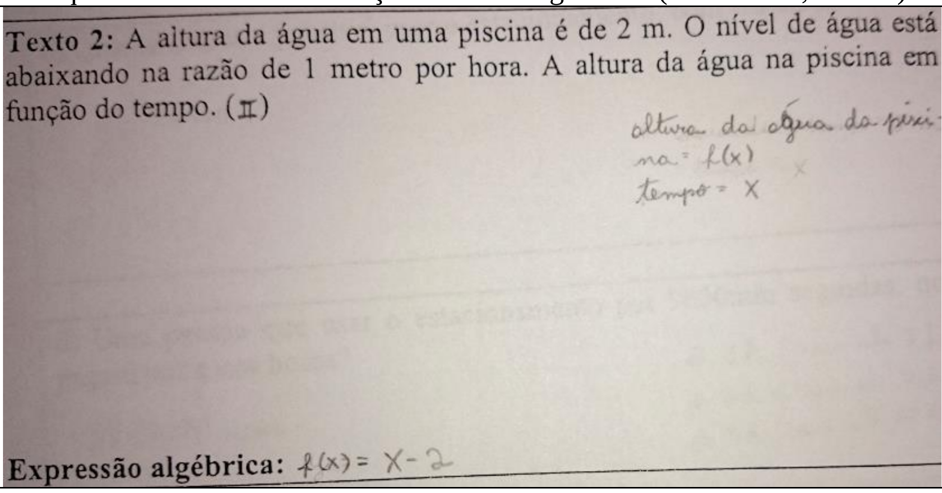
Expressão algébrica: $f(x) = \frac{1m}{1h} x$

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB24_atividade II, texto 2.

Este protocolo mostra que o aluno também representou a piscina a partir do RFg, indicando o nível máximo da água em 2 metros e observando que ele abaixava em uma razão de 1 metro por hora, mas ele equivocadamente associou essa razão ao RAl $f(x) = \frac{1m}{1h}x$ esquecendo de subtrair da capacidade total da piscina, dois metros ($2m$). Porém, ele conseguiu identificar que a função era afim decrescente e indicou o RGr corretamente, pois dentre os quatro gráficos apenas um representava uma reta decrescente.

Além disso, reparamos que os onze (11) alunos que cometeram equívocos na conversão RLN→RAl→RGr, não conseguiram realizar a transformação semiótica do RLN→RAl, porque não associaram a expressão “o nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora” com o símbolo $-x$ e, sendo assim, representaram $f(x) = x - 2$ ou $f(x) = -2 + x$, quando deveria ser $f(x) = 2 - x$ ou $f(x) = -x + 2$ (Figura 39).

Figura 39: Equívoco do aluno em situação de não-congruência (atividade II, texto 2).



Texto 2: A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina em função do tempo. (II)

altura da água da piscina = f(x)
tempo = X

Expressão algébrica: f(x) = X - 2

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA16_atividade II, texto 2.

No protocolo da Figura 39, o aluno conseguiu identificar que a altura da água na piscina representava a ordenada da função e que a abscissa x indicava o tempo percorrido, mas mesmo assim não conseguiu realizar a conversão RLN→RAl adequadamente. Talvez isso tenha ocorrido, pelo fato de que na análise do LD e dos cadernos dos alunos, praticamente, não detectamos atividades que envolviam situações de não-congruência.

Por outro lado, todos os cinquenta e um (51) alunos indicaram o RGr do texto 2 corretamente, mesmo aqueles discentes que apenas indicaram que o gráfico II representava o RGr da função afim representada no RLN no texto 2, categorizados como resoluções nulas. Nestas, não sabemos ao certo quais estratégias os alunos adotaram, visto que eles não apresentaram argumentos para essa escolha. Todavia, isso pode ter acontecido a partir de um processo de eliminação de itens ou, simplesmente, esses educandos podem ter associado a palavra “abaixando” a reta decrescente ou ainda podem ter relacionado mentalmente o RFg da piscina com o RGr, indicando que a reta representa o nível da água decaindo.

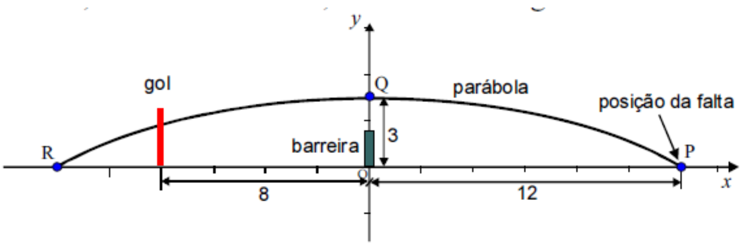
A partir da apreciação da atividade II, concluímos que os alunos desta pesquisa praticamente não apresentaram dificuldades de lidar com situações de congruência, alguns deles realizam conversões pontuais ao utilizarem o RTb ou RNm para realizar a conversão RAl→RGr e parte deles não reconheceram as variáveis visuais pertinentes.

3.3. ANÁLISE DA ATIVIDADE III

Na atividade III, objetivamos analisar de que maneira os alunos mobilizam os registros de representação semiótica da função quadrática (Figura 40).

Figura 40: Atividade III da sequência de atividades.

3. Em um jogo de futebol, um jogador irá bater uma falta diretamente para o gol. A falta é batida do ponto P, localizado a 12 metros da barreira. Suponha que a trajetória da bola seja uma parábola, com ponto de máximo em Q, exatamente acima da barreira, a 3 metros do chão, como ilustra a figura abaixo.



a) Quais as coordenadas do ponto mais alto atingido pela bola? Explique.

b) Qual a distância total percorrida pela bola da posição da falta até ele voltar a atingir o chão? Explique seu raciocínio para resolver este item.

c) Qual expressão algébrica indica a altura atingida pela bola após ter percorrido x metros do campo?

d) Explique como você chegou a essa expressão do item c.

e) Sabendo-se que o gol está a 8 metros da barreira, a que altura está a bola ao atingir o gol?

Fonte: De nossa autoria.

Nesta atividade esperávamos que os discentes identificassem que o item (a) se refere ao vértice da parábola e que este é o ponto de simetria da mesma e determinassem, assim, a distância total percorrida pela bola, item (b).

Aguardávamos, ainda, que a transformação para o registro algébrico (c) ocorresse, principalmente, para aqueles alunos que conseguirem responder o item (a) e (b) corretamente, pois de posse de um ponto que pertence a parábola e dos zeros da função os alunos poderiam fazer uso do RAl da função quadrática a partir dos zeros da função, os substituindo na expressão $f(x) = a(x - x')(x - x")$, onde x' e $x"$ são os zeros da função. Tal procedimento foi encontrado tanto no LD adotado como nos protocolos dos cadernos dos alunos.

Uma outra maneira que os alunos poderiam apresentar para fazer tal conversão é fazendo uso da forma canônica da parábola. Embora não tenhamos encontrado vestígios desse procedimento nos cadernos dos alunos, o livro didático adotado nas turmas não só apresenta tal representação, como também, resolve várias questões mobilizando esse registro.

Em relação à conversão a partir do registro gráfico, Duval (2003) apresenta resultados de pesquisas realizadas com adolescentes, revelando que, mesmo os alunos em final de ensino médio possuem dificuldades que estão relacionadas à falta de compreensão de elementos geométricos da função como: concavidade da parábola e os pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, por exemplo.

Contávamos também que os alunos que conseguissem determinar o RAl não teriam dificuldades de responder corretamente o item (e), pois, para tal, basta realizar uma transformação pontual substituindo a abscissa oito (8) para determinar a ordenada. Por outro lado, os discentes que não representassem o RAl não conseguiriam resolve esse item.

Segundo Duval (2003),

> A conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor que ou igual a 1) (p. 17).

Nessa perspectiva, buscávamos observar como tais variáveis visuais, relativas ao registro gráfico, são trabalhadas pelos alunos durante o processo de conversão. Procuramos, assim, comparar a representação no registro de partida (gráfico) com a representação terminal no registro de chegada (algébrico), na tentativa de compreender o seu grau de congruência.

Contudo, a atividade III foi a que os alunos apresentaram mais dificuldades na sequência de atividades apresentada neste capítulo, pois dos cinquenta e um (51) participantes da pesquisa, oito (8) deixaram todos os itens em branco, sendo sete (7) do 1°A e um (1) do 1ºB.

Entretanto, para analisar todos os itens dessa atividade III, a saber item (a), (b), (c), (d) e (e), levaremos em consideração os cinquenta e um (51) alunos participantes da pesquisa, pois todos eles tentaram resolver as outras atividades dessa sequência, analisadas neste Capítulo III, inclusive a atividade IV, a última. Desse modo, possivelmente os alunos que não tentaram resolver a atividade III encontraram dificuldade de mobilizar os registros de representação da função quadrática. Além disso, verificamos que esses mesmos alunos também não responderam a atividade de função quadrática da 2ª afirmação da atividade I, apreciada na seção 3.1 deste texto.

Assim, categorizamos as resoluções do item (a), conforme Tabela 23, o qual solicita a coordenada do ponto mais alto atingido pela bola, como **correta,** quando o aluno representa o RSb $(0,\ 3)$ ou indica que $x = 0$ e $y = 3$; **parcialmente correta**, para o protocolo que indicar apenas a ordenada três (3) como resposta; **equivocada** – quando o discente representa outras coordenadas, justificando a resposta; e **em branco**.

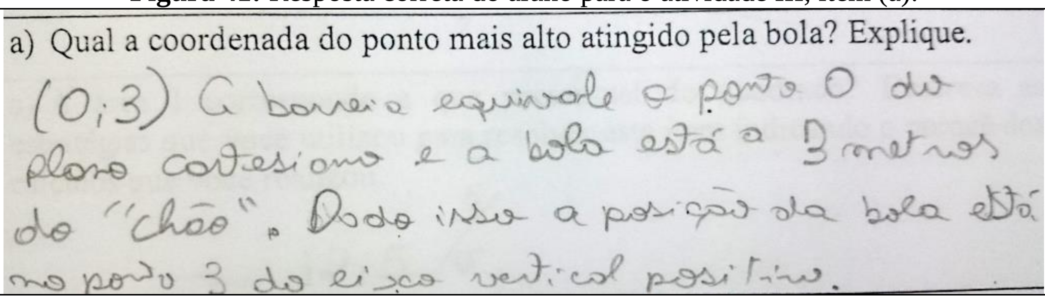
Tabela 23: Desempenho dos alunos na atividade III: item (a).

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Equivocada	Em branco	Total por turma
1º A	11 45,83%	05 20,83%	01 4,17%	07 29,17%	24 100,00%
1º B	18 66,67%	03 11,11%	05 18,52%	01 3,70%	27 100%
Total Geral	29 56,86%	08 15,69%	06 11,76%	08 15,69%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Os vinte e nove (29) alunos que responderam corretamente ao item (a) realizaram a conversão RGr→RSb, indicando $Q(0, 3)$ como ponto mais alto atingido pela bola , sendo que quinze (15) apresentaram apenas o RSb, coordenadas do ponto, sem dar explicações; quatro (4) observaram que a bola está sob o eixo das ordenadas e a três metros ($3\ m$) do eixo das abscissas (Figura 41); nove (09) reconheceram o ponto Q como sendo o ponto máximo da parábola; e apenas um (1) identificou o ponto Q como o central da parábola, nos revelando uma noção de simetria.

Figura 41: Resposta correta do aluno para o atividade III, item (a).


a) Qual a coordenada do ponto mais alto atingido pela bola? Explique.

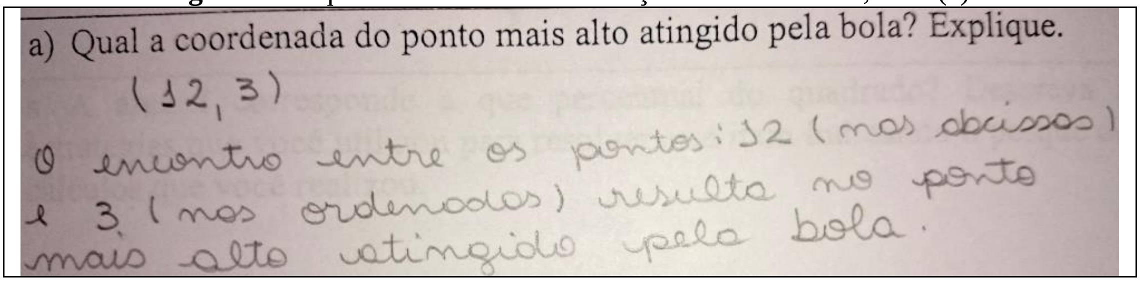
(0;3) A barreira equivale o ponto O do plano cartesiano e a bola está a 3 metros do "chão". Dado isso a posição da bola está no ponto 3 do eixo vertical positivo.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA09_atividade III, item (a).

Na resposta do aluno, apresentada na Figura 41, vimos que ele realizou a conversão do RGr⟶RSb, para identificar que a barreira estava localizada na origem dos eixos e que estava a três metros do chão sobre a barreira, determinando assim o ponto mais alto da parábola.

Ainda nesse item (a), vinte e dois (22) alunos não chegaram a resposta esperada, uma vez que oito (8) que apresentaram respostas parcialmente corretas representaram as coordenadas de um ponto, apenas, com o valor máximo da parábola $(y = 3)$; um (1) inverteu a ordem das coordenadas e dessa forma representou o ponto como sendo $(3, 0)$; dois (2) representaram (12, 3) como sendo o ponto procurado, conforme Figura 42; três (3) usaram $(0,\ \ 1{,}5)$ como resultado, afirmando que esta era a altura da barreira, quando na verdade deveria ser calculado a altura máxima atingida pela bola; e oito (8) não resolveram esse item.

Figura 42: Equívoco do aluno na resolução da atividade III, item (a).



a) Qual a coordenada do ponto mais alto atingido pela bola? Explique.

(12, 3)

O encontro entre os pontos: 12 (nas abscissas) e 3 (nas ordenadas) resulta no ponto mais alto atingido pela bola.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB12_atividade III, item (a).

De acordo com o protocolo do aluno reproduzido nessa figura, o equívoco do aluno está vinculado ao fato dele não saber identificar um ponto no plano cartesiano, pois ele consegue percebe que a bola atinge seu ponto mais alto quando está a três metros do chão, mas não identifica que o valor da abscissa é zero.

Os resultados obtidos na apreciação do item (b) foram quantificados na Tabela 24, e categorizados como: resolução **correta**, a que apresenta vinte e quatro metros $(24m)$ como resposta; **equivocada**, a que exibe qualquer outro resultado, justificando a escolha; **nula**, quando o resultado difere do esperado, sem explicar a estratégia utilizada; e **em branco**.

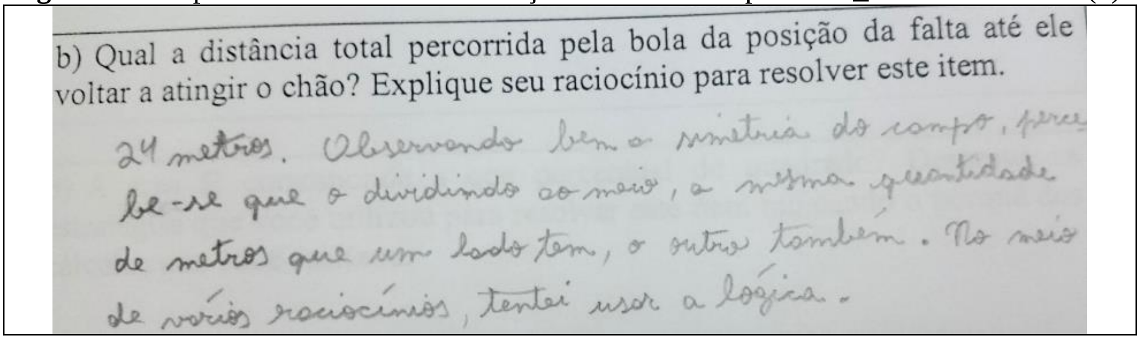
Tabela 24: Desempenho dos alunos na atividade III: item (b).

Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	12 50,00%	03 12,50%	01 4,17%	08 33,33%	24 100,00%
1º B	18 66,67%	06 22,22%	00	03 11,11%	27 100,00%
Total Geral	30 58,82%	09 17,65%	01 1,96%	11 21,57%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Destacamos que os (trinta) 30 alunos que conseguiram resolver corretamente o item (b), determinaram que a bola percorreu vinte e quatro metros $(24m)$ desde a cobrança da falta até o momento em que ela atinge o chão. Para isso, dez (10) recorreram a simetria da parábola em relação ao ponto máximo (Figura 43), treze (13) descobriram que os eixos foram construídos com a escala $1:2$; e sete (7) afirmaram ter apenas observado o gráfico ou não apresentaram argumentação.

Figura 43: Resposta correta utilizando a noção de simetria da parábola _atividade III: item (b).


b) Qual a distância total percorrida pela bola da posição da falta até ele voltar a atingir o chão? Explique seu raciocínio para resolver este item.

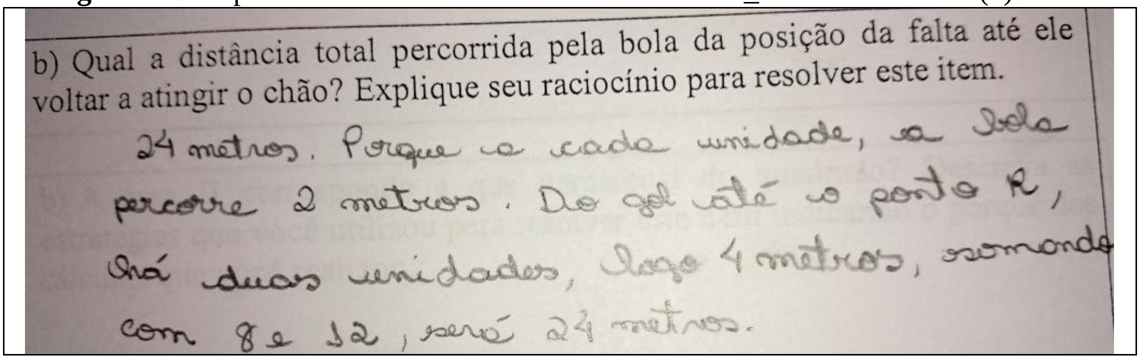
24 metros. Observando bem a simetria do campo, perce-be-se que o dividindo ao meio, a mesma quantidade de metros que um lado tem, o outro também. No meio de vários raciocínios, tentei usar a lógica.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA16_Problema III, Item b.

A afirmação apresentada na Figura 43, mostra que o aluno não utilizou nenhum cálculo numérico, apenas usou a noção de simetria da parábola e, dessa forma, realizou uma análise global do RGr.

Por outro lado, os alunos que apresentaram resoluções semelhantes a Figura 44, demostraram realizar uma análise pontual do RGr, visto que eles observaram parte por parte do gráfico para determinar a escala utilizada, deixando de observar o gráfico como um todo.

Figura 44: Resposta correta utilizando a escalas dos eixos _atividade III: Item (b).

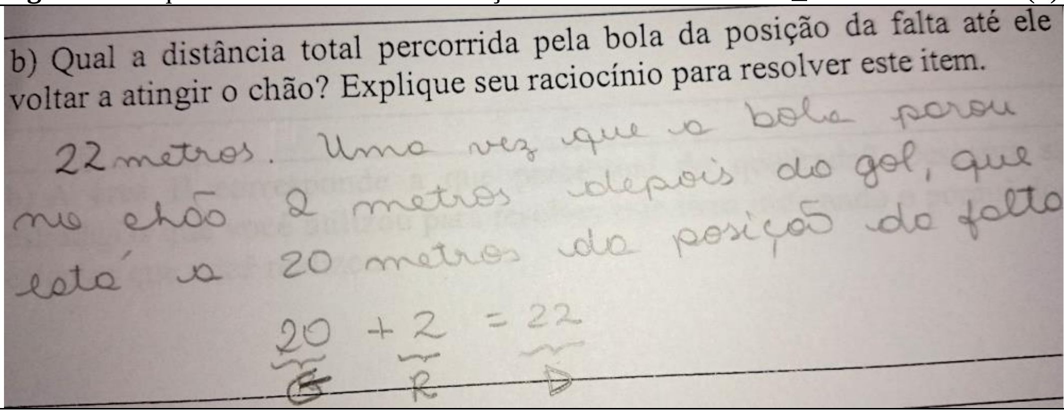

b) Qual a distância total percorrida pela bola da posição da falta até ele voltar a atingir o chão? Explique seu raciocínio para resolver este item.

24 metros. Porque a cada unidade, a bola percorre 2 metros. Do gol até o ponto R, há duas unidades, logo 4 metros, somando com 8 e 12, será 24 metros.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB05_Problema III, Item b.

Analisando os protocolos dos nove (9) alunos que cometeram equívocos no item (b), vimos que sete (7) utilizaram uma escala inadequada para sua resolução, determinando que a distância procurada correspondia a vinte e dois metros $(22m)$, conforme apresentamos na Figura 45, e os outros dois (2) discentes reconheceram que a bola percorreu uma distância de doze metros $(12m)$ da barreira até o ponto em que ela volta a atingir o chão, mas esqueceram de somar com a distância do local em que ela foi chutada até a barreira.

Figura 45: Equívoco do aluno na construção das escalas dos eixos _atividade III: item (b).



Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB12_atividade III, Item (b).

Os alunos que procederam conforme a Figura 45, cometeram um equívoco ao adotarem a escala $1:1$ do eixo das abscissas, quando na verdade cada centímetro corresponde a dois metros.

Ressaltamos que os educandos demostraram extrema dificuldade na conversão RGr→RAl, no item (c) e justificada no (d), pois ninguém conseguiu realizar essa transformação, ou seja, ninguém conseguiu determinar o RAl da parábola que representa a altura atingida pela bola após percorrer x metros do campo. Isso pode ter ocorrido, pelo fato de que tanto na análise do LD como na dos cadernos dos alunos observamos que tal conversão quase não era realizada, como já mencionamos neste texto. Desse modo, as resoluções apresentadas para esses itens, quantificadas na Tabela 25, foram categorizadas como **equivocadas,** as que apresentaram um RAl equivocado e justificaram essa representação no item (d); **nulas**, as respostas as quais não conseguimos entender a estratégia adotada, e **em branco.**

Tabela 25: Desempenho dos alunos na atividade III: item (c).

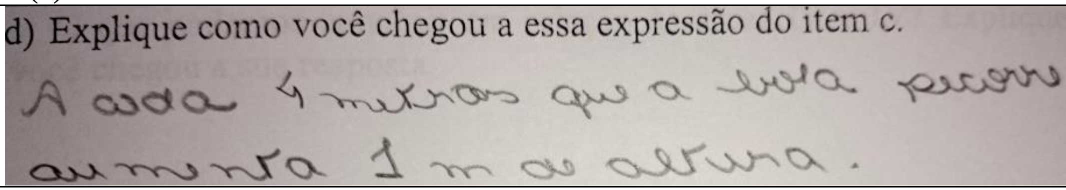
Resolução / Turma	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	07 29,17%	05 20,83%	12 50,00%	24 100,00%
1º B	15 55,55%	05 18,52%	07 25,93%	27 100,00%
Total Geral	22 43.14%	10 19,61%	19 37,25%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Das trinta (30) pessoas que tentaram resolver o item (c) e acabaram cometendo equívocos, vinte e uma (21) representaram o RAl da parábola a partir da representação algébrica de uma função afim, e os que justificaram sua escolha no item (d) apresentaram uma razão entre o espaço percorrido pela bola e a altura atingida pela mesma (Figura 46).

Isso nos levou a pensar que esses alunos não entenderam o que o item (c) solicitava, ou simplesmente, eles não reconhecem a parábola como o RGr da função quadrática. Os outros nove (9) alunos reconheceram a parábola como o RGr da função quadrática e apresentaram os zeros da função ou o vértice, mas não representaram o RAl da função.

Figura 46: Equívoco do aluno na conversão do RGr⟶RAl da função quadrática _atividade III: item (d).


d) Explique como você chegou a essa expressão do item c.

A cada 4 metros que a bola percorre aumenta 1 m a altura.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB16_atividade III, Item (d).

Procedimentos semelhantes ao dessa Figura 46 foram adotados pelos vinte e um (21) alunos que representaram a parábola por meio do registro algébrico da função afim. Os alunos realizaram equivocadamente a conversão RGr⟶RAl a partir da razão um por quatro $\left(\frac{1}{4}\right)$, e para isso eles observaram que, coincidentemente, após a bola ter percorrido doze metros do campo ela estava a três metros de altura, daí eles chegaram a conclusão equivocada apresentada na Figura 44, apresentando o RAl $f(x) = \frac{x}{4}$ no item (c).

Como nenhum aluno conseguiu representar o RAl da função quadrática, consequentemente, ninguém respondeu corretamente o item (e), o qual solicitava a altura da bola ao atingir o gol, representada por um RNm. Sendo assim, construímos a Tabela 26 categorizado as resoluções em **equivocadas,** as que apresentaram resultados quaisquer através dos RAl equivocados determinados no item (c); **nulas**, as respostas as quais não conseguimos entender a estratégia adotada, e **em branco.**

Tabela 26: Desempenho dos alunos na atividade III: item (e).

Resolução / Turma	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	06 25,00%	05 20,83%	13 54,17%	24 100,00%
1º B	16 59,26%	05 18,52	06 22,22%	27 100,00%
Total Geral	22 43,14%	10 19,61%	19 37,25%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Entre os vinte e dois (22) discentes que resolveram o item (e) de maneira equivocada, dezessete (17) realizaram a conversão RAl⟶RNm a partir do RAl representado por eles durante a resolução do item (c) e, então, dividiram oito por quatro encontrando dois metros como resultado. Já os outros cinco (5) tentaram a conversão RGr⟶RNm traçando uma reta paralela ao eixo das abscissas passando pelo ponto que indica a altura da bola ao atingir o gol e interceptando o eixo das ordenadas acima da barreira e, em seguida, apresentaram como resultados valores entre três e um, levando em consideração a escala do eixo das ordenadas.

Portanto, na análise das resoluções de todos os itens da atividade III, notamos que os alunos apresentaram grande dificuldades em realizar conversões RGr→RAl e parte deles não conseguem representar o RSb de forma adequada. Contudo, a maioria tem noção de simetria e escala, mas desconhecem que não existe proporcionalidade na função quadrática.

3.4. ANÁLISE DA ATIVIDADE IV

Nessa última atividade (atividade IV – Figura 47), objetivamos avaliar se os alunos entenderam o conceito de função, consolidando a ideia de interdependência entre duas grandezas, bem como analisar como eles mobilizam o RLN, RTb, RAl e RGr da função afim e quais as transformações semióticas adotadas em tais mobilizações.

Figura 47: Atividade IV da sequência de atividades.

4. Uma empresa paga a seus funcionários um salário de R$ 1 800,00 por 30 horas semanais de trabalho. Caso seja necessário trabalhar além dessa carga horária ele recebe R$ 25,00 por hora extra trabalhada.

Hora extra trabalhada (h).	1	2	2,5	4	4,5	8
Salário (S).	1825,00	1850,00	1862,50			

Agora, responda as seguintes questões:

a) Que grandeza foi calculada em função da outra?

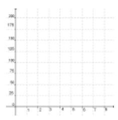
b) Qual é a variável dependente? Diga como você estabeleceu esta conclusão.

c) Qual é o termo independente? Diga como você estabeleceu esta conclusão.

d) Qual a função que expressa o salário **(S)** do funcionário em função do número de horas extras **(h)** trabalhadas? Descreva as estratégias que você utilizou para resolver este item.

e) Qual a função que expressa o valor recebido pelas horas extras **(E)** do funcionário em função do número de horas extras **(h)** trabalhadas? Descreva as estratégias que você utilizou para resolver este item.

f) Esboce a representação gráfica da função do item e.



Fonte: De nossa autoria.

Para essa atividade esperávamos que os alunos observassem a lei de associação entre as horas extras trabalhadas com o salário, completando a tabela, e notando que o salário está em função das horas extras. Ainda fazendo uso da tabela, aguardávamos que eles conseguissem identificar que a variável dependente é o salário acrescido das horas extras, representado por S e que o termo independente é o salário sem as horas extras, R$ 1800,00.

Contávamos também que os alunos percebessem a variação e o comportamento de tais grandezas, como variáveis didáticas que devem potencializar o tratamento dessas informações até a chegada no RAl.

Em seguida, aguardávamos que a conversão para o registro gráfico acontecesse através do uso do registro tabelar e não de um outro registro (algébrico ou língua natural), pois nas análises dos cadernos dos alunos e do LD percebemos que esse era o procedimento adotado quando alguma questão exigia o RGr como o registro de chegada.

Por outro lado, aguardávamos que por esse "hábito" pontual e mecânico de construção do gráfico, fazendo uso da tabela, alguns alunos tentassem construir o RGr a partir da tabela dada, não percebendo que ela se refere ao RAl do item (d) e não do (e).

Ao realizarmos a análise dos cinquenta e um (51) protocolos dos alunos em relação ao item (a) da atividade IV, o qual pede para identificar a grandeza que está em função da outra, obtivemos como resultado a Tabela 27. Para tanto, classificamos as respostas em **corretas** – as que identificam que o salário está em função das horas extras trabalhadas; **equivocadas** – quando os alunos afirmam que as horas extras estão em função do salário; **nulas** – para as respostas as quais não conseguimos entender a estratégia adotada; e **em branco.**

Tabela 27: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (a).

Resolução / **Turma**	**Correta**	**Equivocada**	**Nula**	**Em branco**	**Total por turma**
1º A	13 54,17%	08 33,33%	00	03 12,50%	24 100,00%
1º B	13 48,15%	07 25,92%	02 7,41%	05 18,52%	27 100,00%
Total Geral	26 50,98%	15 29,41%	02 3,92%	08 15,69%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Os resultados da Tabela 27 indicaram que pouco mais da metade dos alunos, vinte e seis (26), conseguiram identificar que o salário estava em função das horas extras trabalhadas e, para isso, realizaram um tratamento no RLN.

Por outro lado, vinte e cinco (25) alunos tiveram dificuldade de realizar o tratamento supracitado, uma vez que quinze (15) deles cometeram equívocos, sendo que doze (12) afirmaram que as horas extras estavam em função do salário e três (3) apresentaram o registro algébrico $f(x) = 25x + 1800$ sem deixar claro se eles sabem quem realmente está em função do outro. Além disso, dois (2) alunos apresentaram as respostas “25 reais” e “grandeza escalar”, ficando assim no grupo de respostas nulas, pois não conseguimos identificar qual estratégia eles usaram pra apresentar tais respostas. E mais dez (10) não tentaram resolver o item (a).

Os alunos apresentaram um resultado ainda mais baixo nas resoluções do item (b), conforme apresentamos na Tabela 28, a seguir.

Tabela 28: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (b).

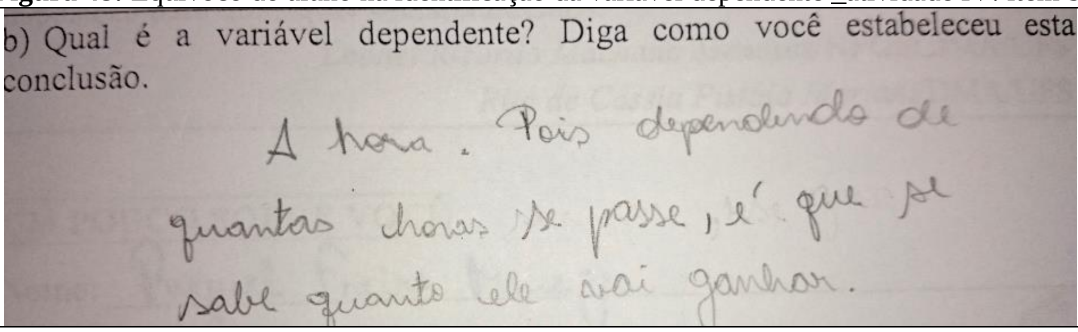
Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Em branco	Total por turma
1º A	10 41,67%	10 41,67%	04 16,66%	24 100,00%
1º B	07 25,93%	16 59,26%	04 14,81%	27 100,00%
Total Geral	17 33,33%	26 50,98%	08 15,69%	51 100,00%

Fonte: Com base nos protocolos da sequência de atividades.

Apenas dezessete (17) alunos responderam ao item (b) de maneira satisfatória, afirmando que o salário representava a variável dependente e, para isso, realizaram o tratamento no RLN.

Todavia, dos vinte e seis (26) protocolos que apresentaram equívocos na resolução do item (b), sete (7) apresentaram o coeficiente de x como sendo a variável dependente, alegando que ele depende de x. Já os outros dezenove (19) escolheram a hora como variável dependente, afirmando que ela muda com o passar do tempo (Figura 48). No entanto o que se perguntava nesse item era qual das variáveis, hora extra trabalhada (h) e salário (S), era a dependente.

Figura 48: Equívoco do aluno na identificação da variável dependente _atividade IV: item b.


b) Qual é a variável dependente? Diga como você estabeleceu esta conclusão.

A hora. Pois dependendo de quantas horas se passe, é que se sabe quanto ele vai ganhar.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB15_atividade IV, item b.

Na Tabela 29, apresentamos o resultado da análise do item (c), o qual solicitava que o aluno indicasse o termo independente da atividade IV.

Tabela 29: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (c).

Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Em branco	Total por turma
1º A	07 29,17%	10 41,66%	07 29,17%	24 100,00%
1º B	17 62,96%	05 18,52%	05 18,52%	27 100,00%
Total Geral	24 47,06%	15 29,41%	12 23,53%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Diante desse resultado, notamos que os vinte e quatro (24) alunos que responderam o item (c) corretamente realizaram um tratamento em língua natural, ao indicar o salário de R$ 1800,00 como sendo o termo independente da função.

Entretanto, quinze (15) discentes cometeram equívocos, já que quatorze (14) disseram que as horas extras representavam o termo independente, afirmando que o tempo não sofre nenhuma influência de outra variável.

Nesse item (c), identificamos a dificuldade de mais da metade dos discentes em relacionar a variável pertinente ao RLN, valor do salário sem as horas extras, com a variável visual do RAl, termo independente.

Mais uma vez, os alunos demonstraram facilidade em mobilizar o RAl, como podemos observar na Tabela 30 que apresenta o desempenho dos alunos no item (d).

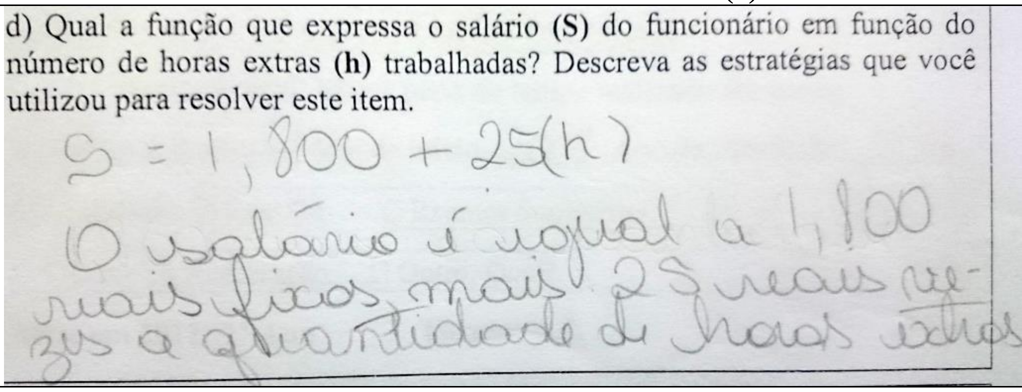
Tabela 30: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (d).

Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Nula	Em branco	Total por turma
1º A	18 75,00%	02 8,33%	01 4,17%	03 12,50%	24 100,00%
1º B	19 70,37%	03 11,11%	01 3,70%	04 14,82%	27 100,00%
Total Geral	37 72,55%	05 9,80%	02 3,92%	07 13,73%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Para representar corretamente o RAl solicitado no item (d), o qual instigou os sujeitos da pesquisa a determinar a expressão que representa o salário do funcionário em função das horas extras trabalhadas, representado por $S = 25h + 1800$, vinte e sete (27) educandos aplicaram a conversão RLN⟶RTb⟶RAl e outros dez (10) além de usarem essa transformação, também realizaram RLN⟶RTb⟶RAl⟶RLN, semelhantes a apresentada na Figura 49.

Figura 49: Conversão RLN⟶RTb⟶RAl⟶RLN realizada pelo aluno AA01 no desenvolvimento da atividade IV: item (d).


d) Qual a função que expressa o salário **(S)** do funcionário em função do número de horas extras **(h)** trabalhadas? Descreva as estratégias que você utilizou para resolver este item.

S = 1,800 + 25(h)

O salário é igual a 1,800 reais fixos mais 25 reais ve- zes a quantidade de horas extras

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA01_atividade IV, item (d).

O protocolo reproduzido nessa figura, nos mostrou que esse aluno respondeu o item (d) apresentando o RAl e, em seguida, o escreveu na língua materna, realizando assim uma conversão do RAl⟶RLN a partir de uma situação de congruência.

Contudo, três (3) discentes cometeram equívocos ao tentar responder o item (d), representando o RAl do valor recebido pelas horas extras em função do número de horas extras trabalhadas, representado por $S = 25h$ e solicitado no item (e). Já outros dois (2) realizaram a conversão RLN⟶RAl trocando os coeficientes da função, a saber, $f(x) = 1800x + 25$, demostrando desconhecer o termo independente e o coeficiente de inclinação.

No item (e), que também solicitava uma conversão para o RAl, dessa vez da função que modela valor recebido pelas horas extras em função do número de horas extras trabalhadas, os alunos apresentaram mais dificuldade de realizar a conversão RLN⟶RAl, conforme indicamos na Tabela 31.

Tabela 31: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (e).

Resolução / Turma	Correta	Parcialmente correta	Equivocada	Em branco	Total por turma
1º A	13 54,16%	01 4,17%	01 4,17%	09 37,50%	24 100,00%
1º B	16 59,26%	03 11,11%	02 7,41%	06 22,22%	27 100,00%
Total Geral	29 56,86%	04 7,85%	03 5,88%	15 29,41%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Para melhor identificar os encaminhamentos adotados pelos discentes na resolução do item (e) da atividade IV, elaboramos a Tabela 32 destacando os registros mobilizados pelos alunos em cada tipo de resolução.

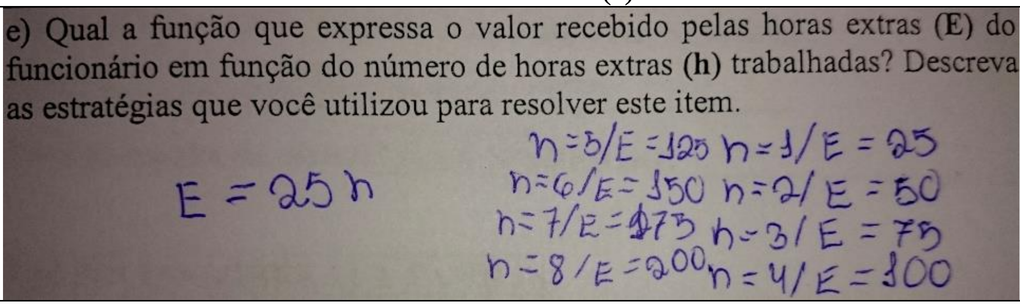
Tabela 32: Registros mobilizados pelos alunos na resolução da atividade IV: item (e).

Resolução	**Registros Mobilizados**	**Total (51 alunos)**
Correta	RLN→RAl	21 41,18%
	RLN→RAl e RAl→RLN	07 13,73%
	RLN→RNm→RAl	01 1,96%
Parcialmente corretas	RLN→RAl	03 5,88%
	RLN→RAl e RAl→RLN	01 1,96%
Equivocada	RLN→RAl	02 3,92%
	RLN→RAl e RAl→RLN	01 1,96%
Em branco	-	15 29,41%
Total	-	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

As conversões apresentadas no grudo de resoluções corretas foram semelhantes as apresentadas no item (d), exceto a conversão RLN→RNm→RAl (ver Figura 50).

Figura 50: Conversão RLN⟶RNm⟶RAl realizada pelo aluno AA06 no desenvolvimento da atividade IV: item (e).

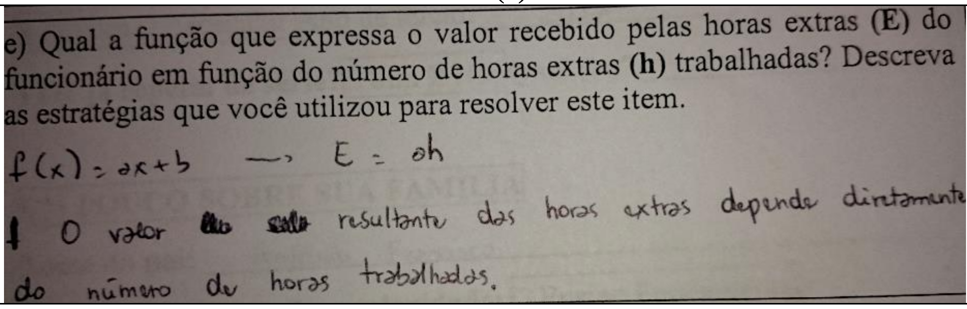


Fonte: Sequência de atividades: protocolo AA06_atividade IV, item (e).

Esse protocolo merece destaque, porque ele foi o único que realizou a conversão RLN→RAl, intermediada pelo registro numérico. Reparamos que o aluno, inicialmente calculou individualmente o valor recebido por uma, duas três, até oito horas trabalhadas para finalmente representar o RAl ($E = 25h$), caracterizando assim uma análise pontual.

Todos os cinco (5) alunos que tiveram suas respostas no item (e) categorizada como parcialmente corretas reconheceram que o RAl procurado era a representação de uma função linear, mas eles não conseguiram determinar o coeficiente da variável independente. Contudo, em uma dessas resoluções um aluno reconheceu que a função que expressa o valor recebido pelas horas extras do funcionário em função do número de horas extras trabalhadas tratava-se de uma proporcionalidade direta, ver Figura 51.

Figura 51: Resolução parcialmente correta utilizando proporcionalidade direta, atividade IV: item (e).



e) Qual a função que expressa o valor recebido pelas horas extras (**E**) do funcionário em função do número de horas extras (**h**) trabalhadas? Descreva as estratégias que você utilizou para resolver este item.

$f(x) = ax+b \rightarrow E = ah$

O valor resultante das horas extras depende diretamente do número de horas trabalhadas.

Fonte: Sequência de atividades: protocolo AB24_atividade IV, item (e).

Com base na apreciação dos itens (a), (b), (c), (d) e (e) percebemos que a disparidade dos resultados encontrados nos itens (a), (b) e (c) com os dos itens (d) e (e), revelou uma aprendizagem mecânica do conceito de função, pois se a maioria dos alunos não consegue identificar que grandeza está em função da outra, não reconhece a variável dependente e a independente, e nem o termo independente, como eles conseguiram realizar a conversão do RLN→RAl, se não for a partir da mecanização de todo processo?

Por fim, no item (f) solicitamos que os alunos representassem o gráfico da função que indica o valor recebido pelas horas extras em função do número de horas extras trabalhadas, solicitada no item (e), e apresentamos os resultados na Tabela 33.

Tabela 33: Desempenho dos alunos na atividade IV: item (f).

Resolução / Turma	Correta	Equivocada	Em branco	Total por turma
1º A	12 50,00%	03 12,50%	09 37,50%	24 100,00%
1º B	17 62,96%	02 7,41%	08 29,63%	27 100,00%
Total Geral	29 56,87%	05 9,80%	17 33,33%	51 100,00%

Fonte: De nossa autoria, baseado nos protocolos da sequência de atividades.

Todos os trinta e quatro (34) alunos que tentaram realizar a conversão RAl→RGr esboçaram vários pontos e traçaram a reta, realizando uma análise pontual do problema. No entanto, vinte e nove (29) traçaram a reta partindo da origem, realizando a transformação corretamente, enquanto os outros cinco (4) utilizaram as coordenadas $(1, 25)$ como ponto de partida, o que pode ser considerado um equívoco, já que se o funcionário não tiver nenhuma hora extra ele não receberá nada a mais que o salário pago por 30 horas semanais de trabalho.

Portanto, a partir da atividade IV constatamos que a maioria dos alunos realizaram conversões RLN→RAl sem levar em consideração as variáveis visuais pertinentes em cada registro e convertem RAl→RGr de forma pontual, o que nos leva a perceber que tais alunos ver o RGr da função como um conjunto de pontos.

A seguir apresentaremos as nossas considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa objetivou analisar as representações semióticas mobilizadas nas atividades propostas no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante (2010), nos cadernos de quatro (04) dos alunos 1º ano do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe e na sequência de atividades didáticas que enfatizam funções afim e quadrática com (51) alunos dessa mesma instituição de ensino.

Conforme dados cedidos pela equipe diretiva do CODAP/UFS no ano de 2012, o colégio tinha duas turmas de 1º ano do ensino médio ("A" e "B") com um total de sessenta e oito (68) alunos, sendo trinta e três (33) da turma "A" e trinta e cinco (35) da "B". Desse total, cinquenta e um (51) responderam às atividades didáticas, vinte e quatro (24) da primeira turma e vinte e sete (27) da segunda.

Logo no início da pesquisa fomos informados que no momento a instituição estava aguardando estagiários para ministrar as aulas de Matemática, visto que o professor que abordou o conteúdo de função afim e quadrática nas duas turmas, já não fazia mais parte do quadro docente, pois havia se aposentado há alguns meses. Também fomos avisados que as duas turmas utilizavam o mesmo livro texto, a saber, *Matemática: contexto e aplicações* (DANTE, 2010).

De posse dessas informações, continuamos estabelecendo contato com o técnico educacional do CODAP/UFS para requerer a permissão do desenvolvimento desse estudo, expondo os objetivos e os encaminhamentos metodológicos da pesquisa. Além disso, buscamos auxílio para coleta de dados, pois, pretendíamos reproduzir ao menos dois (02) cadernos com os registros das aulas de Matemática dos conteúdos das funções afim e quadrática. Com o apoio do técnico e da autorização dos responsáveis dos alunos conseguimos fotocopiar quatro (04) cadernos.

A presente pesquisa está fundamentada na teoria dos registros de representação semiótica discutida por Duval (2003, 2009, 2011), abordada no primeiro capítulo desse texto, bem como nos parâmetros e orientações curriculares nacionais publicadas em Brasil (1999, 2002, 2006). Para tanto, realizamos uma pesquisa qualitativa, apoiada nos ideais propostos por Ludke e André (1986).

De posse da nossa fundamentação teórica elencamos dados no segundo capítulo para identificar quais representações da função afim e função quadrática são privilegiadas e mostrar quais transformações são propostas, bem como, averiguar quais das mobilizações caracterizam um tratamento ou conversão nas atividades propostas pelo livro didático Matemática: contexto e aplicações (DANTE, 2010) e pelos cadernos dos alunos. Sendo que para análise desses instrumentos de pesquisa seguimos os princípios da análise de conteúdo segundo Bardin (2010).

A partir dos instrumentos de coleta de dados supracitados selecionamos e desenvolvemos uma sequência de atividades didáticas que enfatizou funções afim e quadrática com todos os cinquenta e um (51) alunos, sujeitos dessa pesquisa, na perspectiva de analisar a mobilização dos registros de representação semiótica do conceito de função afim e função quadrática por esses discentes.

Entre os resultados obtidos destacamos que dentre as quatrocentas e noventa e nove (499) atividades categorizadas no LD a conversão foi identificada em quatrocentas e quarenta e seis (446), ou seja, 89,38%, delas. Sendo que a conversão RAl→RNm foi a mais adotada, estando presentes em cento e sessenta e quatro (164) itens ou subitens, perfazendo um percentual de 32,88% do total de conversões.

Por outro lado, não observamos atividades que privilegiassem a ida e a volta de registros entre as conversões. Essa constatação é justificada quando se considera principalmente o RAl – em que duzentas e noventa e sete (297), 66,59%, das atividades que requereram conversão o utilizaram como registro de partida, setenta e sete (77), 17,26% como registro intermediário e apenas sessenta e seis (66) 14,80% como registro de chegada – e no RNm, visto que apenas duas (02), 0,45%, o utilizou como registro de partida, setenta e nove (79), 17,71% intermediário e duzentas e trinta e quatro (234), 52,47% como de chegada. Tal procedimento, segundo Duval (2003, 2009, 2011), prejudica o processo de aquisição do conceito de função.

Além disso, identificamos raras conversões do RAl→RGr (apenas 6,01% das atividades categorizadas), bem como do RGr→RAl (1,20%). Estas, quando realizadas, geralmente mobilizaram RNm, RSb e/ou RTb como registros intermediários por meio de transformações pontuais, sem apreensão de particularidades essenciais aos registros mobilizados.

A análise dos cadernos dos alunos revelou que o objeto matemático função afim pode ter sido privilegiado em comparação à função quadrática, pois das cento e vinte e três (123) atividades presentes nesse material de registro oitenta e cinco (85), 69,11%, versavam sobre função afim. Além disso, oitenta e sete (87) atividades do caderno dos alunos foram extraídas do LD, ou seja, 70,73% das atividades que abordavam os dois tipos de função também estavam presentes no LD, demostrando, assim, que o LD foi um material de apoio no desenvolvimento do conceito de tais objetos matemáticos.

Como não tivemos acesso ao enunciado de algumas atividades do caderno que não foram extraídas do LD, das cento e vinte e três (123) categorizamos cento e oito (108), correspondente a 87,80%. A maioria destas, foram desenvolvidas a partir da transformação semiótica de conversão, perfazendo um total de 83 atividades.

No entanto, assim como no LD, as atividades nos cadernos dos alunos que realizam conversões não priorizaram a ida e a volta dessas transformações, uma vez que em todos os tipos de registros o número de registro de partida, intermediário e chegada são bem distintos. Principalmente, no RAl que foi empregado nas conversões como registro de partida de cinquenta e cinco (55) atividades categorizadas, ou seja, 66,27% do total, intermediário apenas quatro (04), 4,82% e de chegada vinte e duas (22) 26,51%. Tal disparidade também ficou expressiva nas conversões que fizeram uso do RNm, visto que apenas uma (01), 1,20%, o utilizou como registro de partida, nove (9), 10,48% intermediário e trinta e duas (32), 38,56% como de chegada.

Na análise dos cadernos dos alunos o baixo percentual de atividades que mobilizaram o RGr também chamou atenção, pois apenas onze (11), 13,25%, das conversões mobilizam esse registro. Trazendo assim grandes prejuízos no processo de aquisição do conceito não só de função, como também em outras áreas com na Física em que um estudo com o RGr potencializa a aquisição do conceito de movimento retilíneo uniforme e do movimento uniformemente variado, por exemplo.

A fim de privilegiar o emprego de variados registros, inclusive o RGr elaboramos e desenvolvemos uma sequência de atividades didáticas com quatro (4) problemas, denotados por Problema I, II, III e IV.

Entre os resultados obtidos no desenvolvimento dessa sequência destacam-se o baixo uso do RGr e o processo pontual e algoritmizado para a conversão envolvendo esse tipo de registro RGr→RAl e RAl→RGr. Visto que pouco mais da metade dos alunos (56,87%) obteve sucesso ao realizar a transformação RAl→RGr exigida na Atividade IV: item (f) e menos da metade dos alunos (43,14% para o item “c” e “e”), conseguiram resolver corretamente a Atividade III: itens (c) e (e), que exigia uma análise global para representar o RAl a partir do RGr (uma parábola). Por outro lado, alguns alunos reconheceram que a parábola é simetria em relação ao vértice e outros apresentaram dificuldades de representar o RSb de forma adequada.

Nos resultados da Atividade II, da sequência de atividades, ficou claro que os alunos praticamente não apresentaram dificuldades de lidar com situações de congruência uma vez que a maioria conseguiram associar o RGr ao RLN e ao RAl (76,47% para os textos 1 e 4 e 96,08% para o texto 3), mas boa parte deles “compreendem” o RGr da função apenas como um conjunto de pontos ligados entre si, visto que para representar tal registro a maioria realizaram uma análise pontual do gráfico e praticamente não fizeram uso das variáveis visuais pertinentes na mobilização entre as diversas representações. Esse fato, também, foi constatado na análise do LD e dos cadernos dos alunos que certamente contribuiu para esse resultado.

Desse modo, a grande maioria dos sujeitos da pesquisa demonstrou não saber identificar e usar as variáveis visuais pertinentes para realizar as conversões. Essa conclusão também ficou marcante nos resultados Atividade I, em que o uso dessas variáveis era essencial e indispensável para a conversão e resolução das questões (1ª e 2ª afirmações), pois apenas 33,33% dos alunos conseguiram representar corretamente o RGr da função afim (exigido na 1ª afirmação) e somente 1,96% representar a parábola (solicitada na 2ª afirmação) de modo satisfatório.

Em relação a mobilização do RAl, os alunos realizaram uma abordagem mecânica do conceito de função, visto que mais de 60% deles não conseguem identificar qual grandeza está em função da outra, qual a variável dependente e independente, e qual o termo independente, porém mais da metade deles conseguiram realizar as conversões dos RLN→RAl, comprovando assim essa abordagem algorítmica. Uma vez que tais conversões foram realizadas sem fazer uso das variáveis pertinentes.

Esse trabalho deixa claro que apenas realizar conversões de um registro para outro não é suficiente para que a aquisição do conhecimento ocorra de maneira global. É preciso levar em consideração as variáveis visuais pertinentes e realizar a ida e a volta dos registros de representação.

Os resultados apontados em nossa pesquisa constituem elementos iniciais para o conhecimento das mobilizações dos registros de representação semiótica de funções afim e quadrática privilegiados por alunos do ensino médio. Tal fato aponta para a necessidade de outros estudos nesse aspecto, como a pertinência de analisar a maneira como essa noção é tratada em livros didáticos do ensino fundamental. O que foi apresentado por meio deste trabalho que nesse momento dá-se por concluído é a indicação de que uma nova caminhada seja iniciada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZOTTI, A. J.; GEWANDSZNADJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais:** pesquisa quantitativa e qualitativa. 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1998.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, Lda, 2010.

BIBLIOTECA NACIONAL. **O Que é ISBN?** Disponível em: <http://www.isbn.bn.br/website/o-que-e-isbn> Acesso em 04 de março de 2014.

BRAGA, E. R. **A compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática no ensino fundamental com o recurso da planilha**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Porto Alegre: PUC, 2009. 208f.

BRANDÃO, Z. **Por entre Histórias e Memórias:** Paschoal Lemme e a Escola Nova no Brasil. Tese (Doutorado). Rio de Janeiro: UFRJ, 1992.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **PCN+ Ensino Médio:** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**.** Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. **Secretaria de Educação Básica. Guia de Livros Didáticos: PNLDEM 2012: Matemática**. Brasília: MEC/SEB/FNDE, 2012.

BUENO, R. W. da S. **As múltiplas Representações e a construção do conceito de função.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Porto Alegre: PUC, 2009. **70 f.**

CAMPOS, C. R. **O ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2000.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. FRANCHI, Anna et al.; org. Silvia Dias Alcântara Machado – 3 ed. Revisada. São Paulo: EDUC, 2010, p. 167-188.

DANTE, L. R. **Matemática:** Contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

DELGADO, C. J. B**. O ensino da função afim a partir dos Registros de Representação Semiótica.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica), UNIGRANRIO, Duque de Caxias, 2010. 152f.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives 5**. IREM de Strasbourg, p.37-65. 1993

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A (org). **Aprendizagem em Matemática**. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 120 p.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas/ organização: Tânia M. M. Campos [tradução Marlene Alves Dias] Raymond.Duval. São Paulo: PROEM, 2011.

FONSECA, V. G. da. **O uso de tecnologias no ensino médio:** a integração de mathlets no ensino da função Afim. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.

GONÇALVES FILHO, L. **Modelagem matemática e o ensino de função de 1º grau.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), PUC, São Paulo, 2011.

LIMA, L. de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação). UECE, Fortaleza, 2008.

LOPES JUNIOR, D. **Função do 1º grau:** Um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª Série do ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação). Campo Grande: UFMS, 2006. 163f.

LOPES, A. R. L. V. Ensinar e aprender matemática: alguns aspectos sobre a aprendizagem da docência na formação inicial de professores. IN: **Anais da 28° Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação – ANPED**. Caxambú, 2005. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/ensinar.pdf>. Acessado em: 15 de novembro de 2013.

LOPES, W. S. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2003. 105f.

LUDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, S. Engenharia didática. In: MACHADO, S. et al. **Educação Matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 2002. p. 197-208.

MAIA, D. **Função quadrática**: um estudo didático de uma abordagem computacional. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2007. 141f.

MARIANI, R. de C. P.; SOARES, M. A. da S. **Uma análise dos conceitos físicos e matemáticos envolvidos na mecânica dos movimentos sob a ótica das representações semióticas**. In: Anais do I Congresso Nacional de Educação Matemática, VIII Encontro Regional de Educação Matemática/Ijuí e III Encontro Regional de Ensino de Física. 2008.

MARIANI, R. de C. P. **Transição da educação básica para o ensino superior:** a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2006. 220 f.

OLIVEIRA, J. C. **O ensino de geometria analítica e as representações semióticas:** registros mobilizados por alunos de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede pública estadual de Itabaiana/se. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvão: UFS, 2014.

PASSOS, D. S. **A Educação Algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE:** Entendimentos dos professores de Matemática. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvão: UFS, 2012. 176 f.

REIS, A. M. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio.** Dissertação (Mestre Profissional em Ensino de Matemática**).** São Paulo: PUC, 2011. 171f.

SALVADOR, C. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artes médicas, 1994.

SANTOS, C. A. B. dos; CURI, E. Os Registros de Representação Semiótica como Ferramenta Didática no Ensino da Disciplina de Física. IN **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v.06, n. 1, p. 1-14, Florianópolis: UFSC, 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/10.5007-1981-1322.2011v6n1p1/21131> Acessado em 04 de março de 2014.

SANTOS, E. P. dos. **Função Afim y = ax + b:** a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2002. 119f.

SANTOS, L. G. dos. **Introdução do pensamento algébrico:** um olhar sobre professores e livros didáticos de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação). Vitória/ES: UFES, 2007. 231 f.

SANTOS, S. A. dos. **Função afim:** uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2009. 161f.

SCANO, F. C. **Função afim**: uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática). São Paulo: PUC, 2009. 151f.

APÊNDICE

APÊNDICE 1 - DISTRIBUIÇÃO DAS ATIVIDADES DO CAPÍTULO 05 DO LD

Tabela 34: Distribuição das atividades do Capítulo 5 do LD.

	Nº da atividade	**Tipo de Função**	**Registros Mobilizados**	**Tratamento/ Conversão**	**Quantidade**
CAPÍTULO 5: Função Quadrática	3 a, b, c, d, e, f, 4 a, b, c, d, 16, 17 b, 21 a, b, 23 a, b, c, d, 122 a	FQ	RAl	T	19
	49 b	FQ	RLN	T	01
	52 a, b, c, d	FQ	RAl – RGr	C	04
	50 a, b, c	FQ	RAl – RGr – RSb	C	03
	1 a, b, c, d, e, f, 80 a	FQ	RAl – RLN	C	07
	69 a, b, c	FQ	RAl – RLN – RNm	C	03
	56, 58	FQ	RAl – RLN – RSb	C	02
	2 a, b, c, d, e, f, 5 a, b, c, d, e, f, g, h, 6, 7, 8 a, b, 9 a, b, 10 b, 14 a, b, c, 18 a, b, c, d, e, f, g, 19, 20 a, b, c, d, e, f, 22 a, b, c, d, e, f, 25 a, b, c, d, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 35, 36, 42, 47, 64 a, b, c, d, 70, 71, 72, 73, 80 b, 81 a, b, 83 a, b, c, 84, 87 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, 88, 89, 90, 91, 92 a, b, 129 b, 135 a, 136 a, 137, 139 a, b	FQ	RAl – RNm	C	95
	23 e, f, 30, 31, 37 a, b, c, d, 122 b, c, d	FQ	RAl – RNm – RAl	C	11
	24 a, b, c	FQ	RAl – RNm – RAl – RNm	C	03
	59 a, b, c, d	FQ	RAl – RNm – RAl – RSb	C	04
	136 b	FQ	RAl – RNm – RGr	C	01
	134 a	FQ	RAl – RNm – RGr – RLN	C	01
	65, 68 a, b, c, 76, 75 a, b, c, d, 80 c, d, e, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 103, 111, 119, 135 b	FQ	RAl – RNm – RSb	C	23
	74 a, b, c	FQ	RAl – RNm – RSb – RGr	C	03
	77	FQ	RAl – RNm – RSb – RGr – RSb	C	01
	126, 127, 129 a	FQ	RAl – RNm – RSb – RLN	C	03
	134 b	FQ	RAl – RNm – RTb – RLN	C	01
	9 c, 53 a, b, c, d, 55 a, b, c, d, e, f, 57 a, b, c, d, e, f, 79 e, 80 g	FQ	RAl – RSb	C	19
	51 a, b	FQ	RAl – RSb – RGr	C	02
	61 a, b, c, 62, 63	FQ	RAl – RSb – RNm	C	05
	17 a	FQ	RFg – RAl	C	01
	AT 2 a	FQ	RFg – RNm	C	01
	AT 2 b	FQ	RFg – RNm – RAl	C	01
	78 a, b, 79 b, c, d	FQ	RGr – RAl – RLN	C	05

	66 a, b, c, d, e, f, 67	FQ	RGr – RNm	C	07
	78 c, d, 79 a	FQ	RGr – RSb	C	03
	10 a, 11, 13, 40, 41, 44, 45, 46, 49 a, 82, 86, 123 a, b, c, d, 130, 131, 132, 133, 138	FQ	RLN – RAl – RNm	C	20
	12,	FQ	RLN – RFg – RAl	C	01
	39	FQ	RLN – RFg – RAl – RLN	C	01
	43, 48	FQ	RLN – RFg – RAl – RNm	C	02
	124, 125	FQ	RLN – RNm – RAl – RNm	C	02
	15, 80 f	FQ	RSb – RAl	C	02
	80 h	FQ	RSb – RGr	C	01
	60	FQ	RSb – RGr – RAl	C	01
	54	FQ	RSb – RLN	C	01
	85	FQ	RSb – RNm – RAl	C	01
	AA10c	FQ	RAl	T	01
	AMPS4	FQ	RAl – RGr – RNm – RSb – RNm	C	01
	AA15	FQ	RAl – RGr – RNm – RSb	C	01
	AA5, AA8, AA9, AA10d, AA13a,b,c,d, AA16a, AA17b, AA18b, AA19a,b, AA21, AA24a,b,c,d,e,f	FQ	RAl – RNm	T	20
	AA17a	FQ	RAl – RNm – RGr – RSb		01
	AMPS3	FQ	RAl – RNm – RSb	C	01
	AA7	FQ	RAl – RNm – RSb – RNm	C	01
	ADE	FQ	RAl – RSb – RAl – RNm – RSb	C	01
	AA14	FQ	RFg – RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	C	01
	AA26	FQ	RGr – RNm – RAl	C	01
	AA20	FQ	RGr – RSb – RAl – RNm	C	01
	AA11	FQ	RGr – RSb – RNm – RAl – RNm	C	01
	ATT a, AA18a	FQ	RLN – RAl	C	02
	AA4, AA10a,b, AA12, AA16b, AMPS1,2	FQ	RLN – RAl – RNm	C	07
	AA23	FQ	RLN – RAl – RNm – RSb – RGr	C	01
	AA22	FQ	RLN – RFg – RAl – RNm – RGr	C	01
	AA3	FQ	RLN – RNm – RAl – RNm	C	01
	AA2	FQ	RNm – RAl	C	01
	AA1	FQ	RSb – RAl	C	01

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático, Dante (2010).

APÊNDICE 2 – TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - NPGECIMA

AUTORIZAÇÃO / TERMO DE COMPROMISSO

Autorizo a **Leonel Ricardo Machado Meneses**, aluno do Núcleo de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática – NPGECIMA/UFS a coletar, analisar e divulgar os dados necessários para realização da pesquisa intitulada "Entendimentos dos alunos e dos professores de Matemática do 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe – CODAP/UFS em relação aos objetos matemáticos: função afim e quadrática sob a ótica dos registros de representação semiótica", sob a orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani, respeitando o anonimato dos estudantes e professores dessa instituição.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e dos professores de Matemática do 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe – CODAP/UFS em relação os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Matemática Contexto e Aplicações* (DANTE) do 1º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo, bem como inquirir se e como os alunos e os professores de Matemática do 1º ano do Ensino Médio do CODAP mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo.

______________________, _____ de ________________de 2012.

Dados da Instituição
Instituição:
____
Endereço: ____
Telefone (s): _________________________ - ___________________________
E-mail: ____
Responsável pela Instituição: ____
R.G. ___________________________________ C.P.F. ___________________________
Aluno (a) Pesquisador (a): LEONEL RICARDO MACHADO MENESES
RUA Monte Carlo, 177 - Loteamento Marivan – Aracaju/SE
Telefone: 99875-8639 ou 99143-4441
E-mail: meneses.leonel@gmail.com
R.G.: C.P.F.:
Por estarem de acordo com este termo, ambos os envolvidos assumem o compromisso de levarem-no adiante, subscrevendo:

____________________________________ ____________________________________
Aluno (a) Pesquisador (a) Responsável pela Instituição

APÊNDICE 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL DO ALUNO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E INFORMADO

Eu,____, RG N° ________________________ aluno (a) do Colégio de Aplicação (CODAP) da Universidade Federal de Sergipe declaro meu consentimento para que o **conteúdo do(s) meu(s) caderno(s) de Matemática**, utilizados no ano de 2012 seja reproduzido (FOTOCOPIADO) pelo mestrando **LEONEL RICARDO MACHADO MENESES**, RG N° 32267894 SSP/SE, do Núcleo de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - NPGECIMA da Universidade Federal de Sergipe. Tal cópia será tomada como dado para o trabalho de pesquisa intitulado "Entendimentos dos alunos e dos professores de Matemática do 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe – CODAP/UFS em relação os objetos matemáticos: função afim e quadrática sob a ótica dos registros de representação semiótica", sob a orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani, respeitando o anonimato dos estudantes e professores dessa instituição.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e dos professores de Matemática do 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe – CODAP/UFS em relação os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Matemática Contexto & Aplicações* (DANTE) do 1º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo, bem como inquirir se e como os alunos e os professores de Matemática do 1º ano do Ensino Médio do CODAP mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos: função afim, quadrática e módulo.

Estou ciente de que: a) sou livre para, a qualquer momento, de recusar-me a responder às perguntas que me ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) posso deixar de participar da pesquisa e não preciso apresentar justificativas para isso; c) minha identidade será mantida em sigilo; d) caso eu, posso ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

E por ser verdade, firmamos o presente.

____

Assinatura do (a) Aluno(a) e/ou Responsável

____

Rita de Cássia Pistóia Mariani - Profª Orientadora

____

Leonel Ricardo Machado Meneses - Aluno do NPGECIMA